

Platonische Körper: das Dodekaeder als höher-dimensionales Element

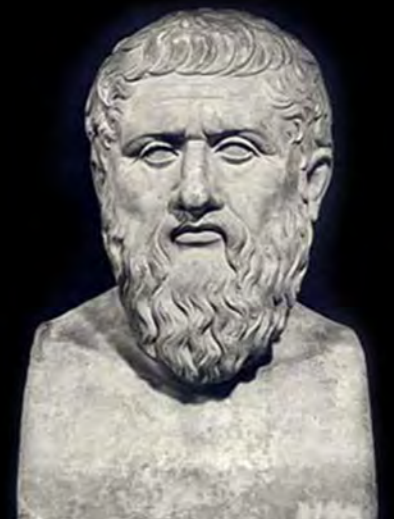
Renate C.-Z.-Quehenberger

Der antike Philosoph Platon beschreibt in seinem Dialog *Timaios*, die regelmäßigen geometrischen Körper, Tetraeder, Oktaeder, Ikosaeder und Würfel als Formen der Elemente Feuer, Luft, Wasser und Erde.

Das fünfte Element erwähnt er nur mit diesem kryptischen Satz:

**„...da es aber noch eine fünfte
Zusammensetzung [DER DREIECKE] gibt,
bediente sich der Gott ihrer bei der
Ausschmückung des Alls.“**
Platon (Timaeus 55d)

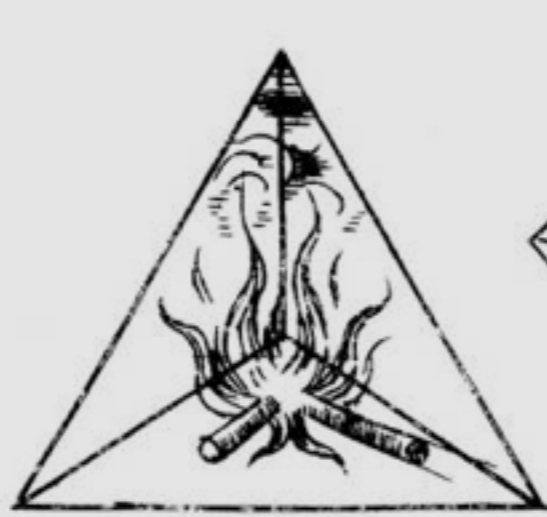
WARUM ?



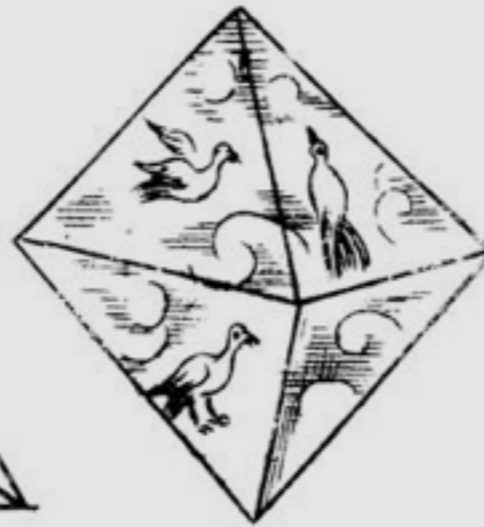
Platon

(ca.427 - 347 v. C.)

Die fünf Platonischen Körper



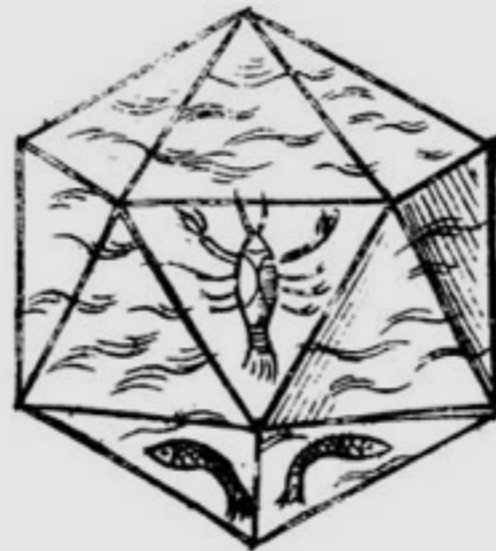
Tetraeder: *Feuer*



Oktaeder: *Luft*



Würfel: *Erde*



Ikosaeder: *Wasser*



Dodekaeder: *Kosmos*

- heute neu !!

aus: J. Kepler, *Harmonices Mundi* (Die Weltharmonik)

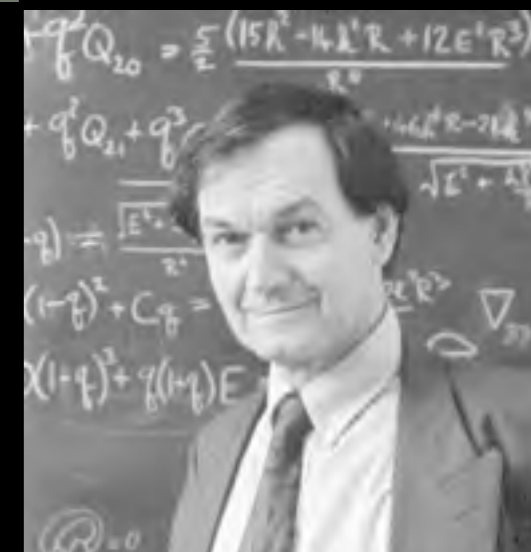
Nun konnte Platons kryptisches Rätsel über das *fünfte Element*, nach mehr als 2375 Jahren, mithilfe der 3D Repräsentation des Penrose Kites & Darts Muster (genannt Epitaeder) nach und nach gelöst werden:



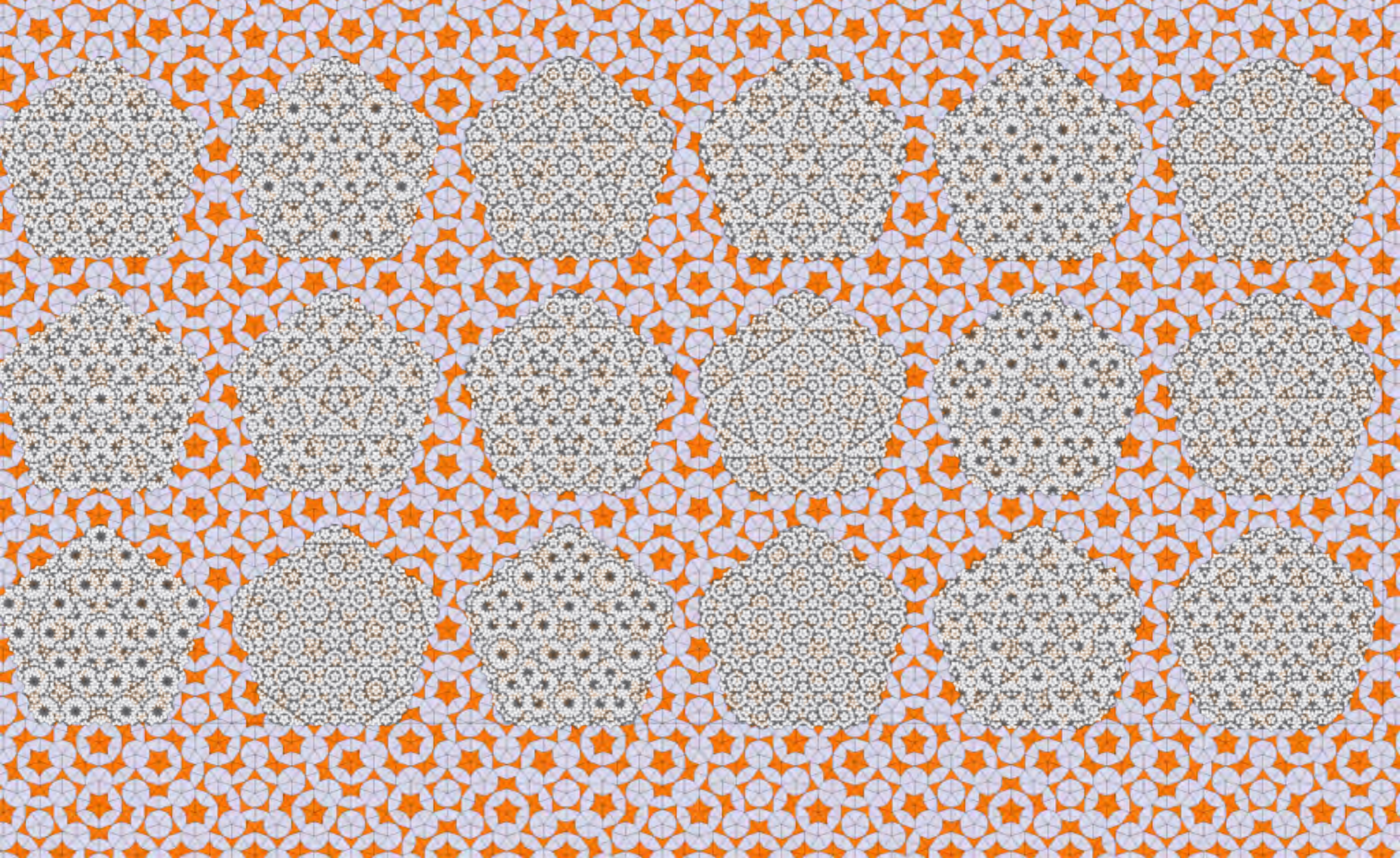
Das Penrose Kites & Darts Muster (P2)

mit Drachen und Pfeilen

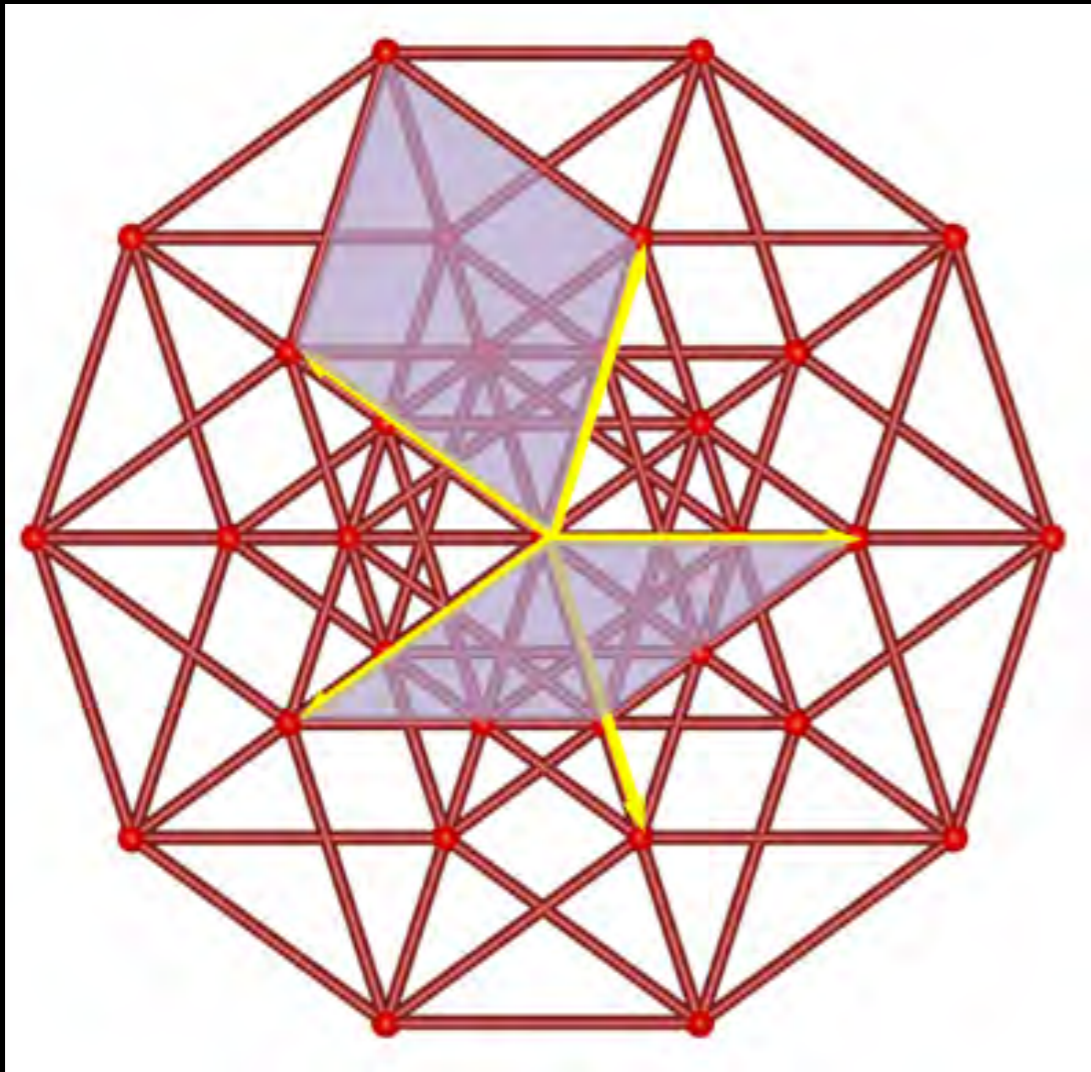
ist ein irreguläres aperiodisches Muster der Ebene im Goldenen Schnitt, das von Roger Penrose und Robert Ammann unabhängig voneinander im Jahr 1973 entdeckt und von Penrose 1974 publiziert wurde; es dient als Modell für Quasiristalle und repräsentiert den **Querschnitt des 5-dimensionalen Raumes**



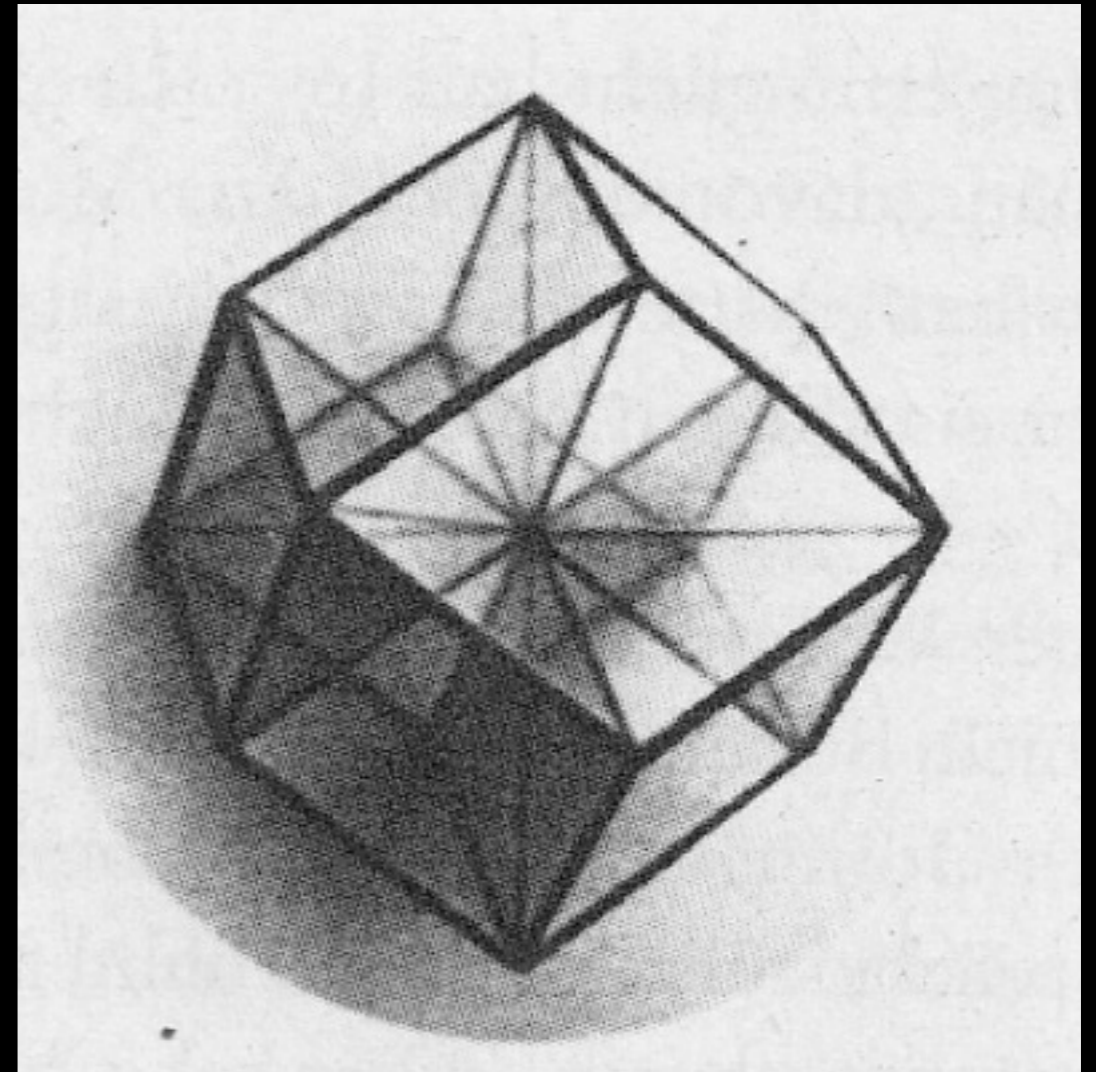
Platons Muster des Baumeisters = Penrose Muster ? ?



Es gibt unendlich viele Penrose Muster - irreguläre Muster in 5er und 10er Symmetrie -
& es ist das Muster des goldenen Schnitts in der Ebene



*5D Hyperwürfel und Rauten * des Penrose Musters*



*-5D Hyperwürfel erstmals gezeichnet von
Koji Miyazake ***

Penrose Muster können aus der Projektion eines
5-dimensionalen Hyperwürfels erzeugt werden

**Wikipedia:Markus Ruppert, Projection of 5-dim cube, http://dmuw.zum.de/wiki/Datei:Klein_Bild_6_Fig4.PNG*

*** Koji Miyazaki, Polyeder und Kosmos, Vieweg & Teubner, 1987*

PLATONs PROPORTION:

Bei den Flächenzahlen ergibt sich Gleichung: $p^2 : pq = pq : p^2$

Bei den Raumzahlen gilt: $p^3 : p^2 q = p^2 q : p^2 = pq^2 : q^3$

Man braucht nur in die Formel für das arithmetische Mittel:
 $1/2 \cdot (a+b)$

für $a=1$ und $B=\sqrt{5}$ einzusetzen um die bekannte Formel für den

Goldenen Schnitt:

$\phi = 1/2 \cdot (1 \pm \sqrt{5})$ zu erhalten.

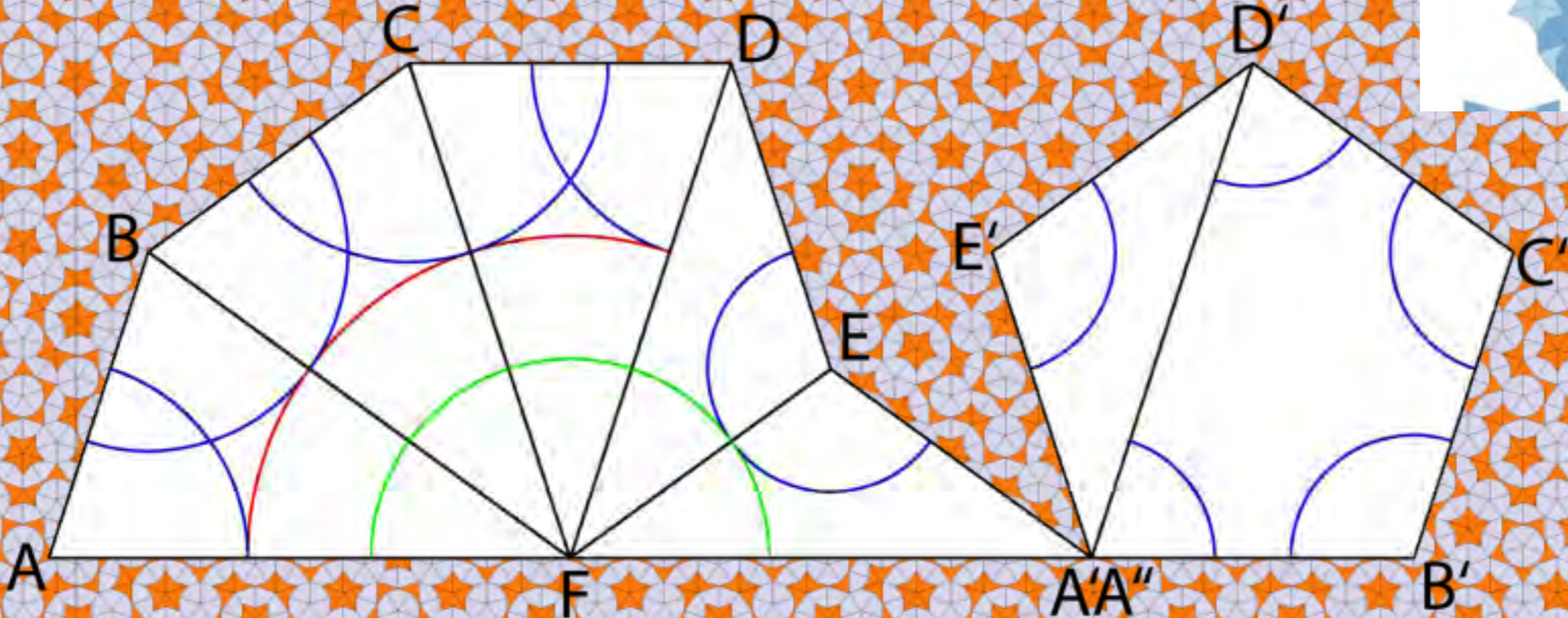
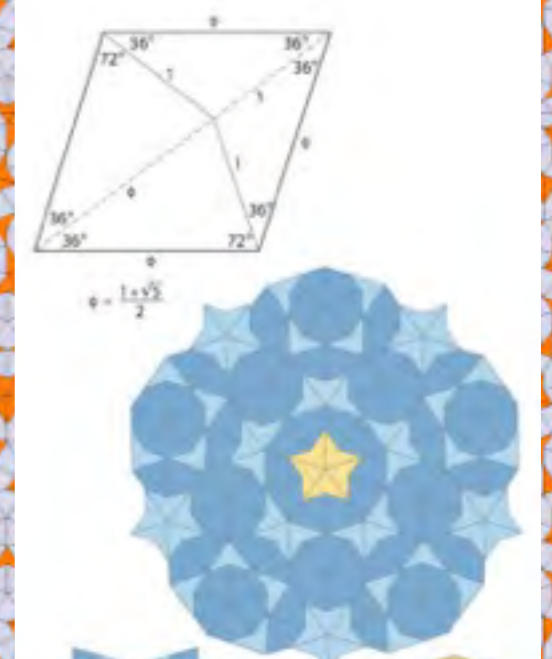
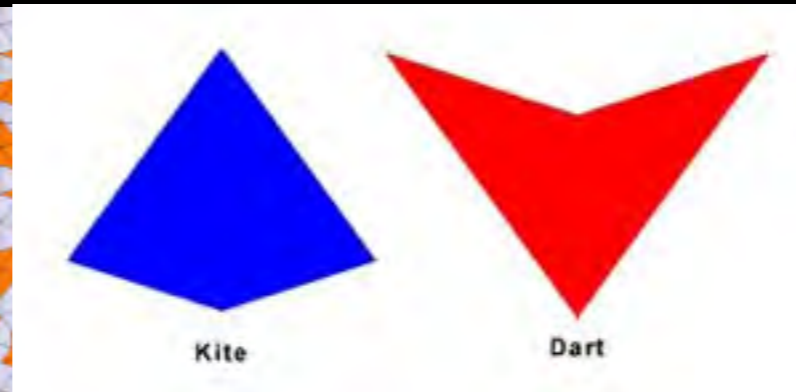
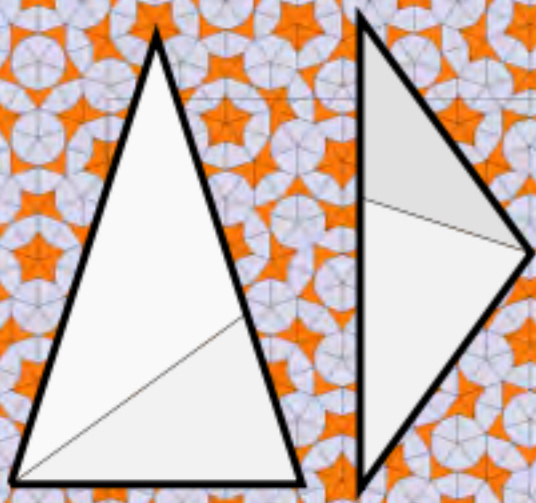
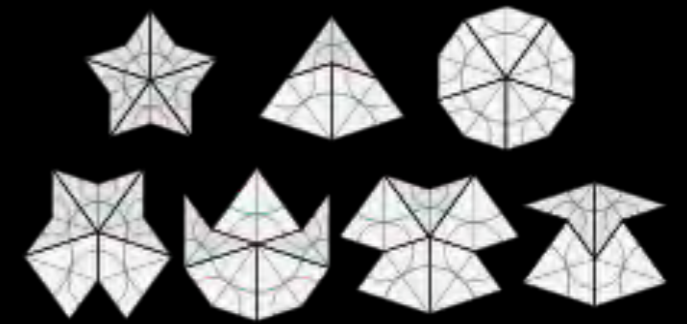
$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.6180339887...$$

= das Penrose Pattern



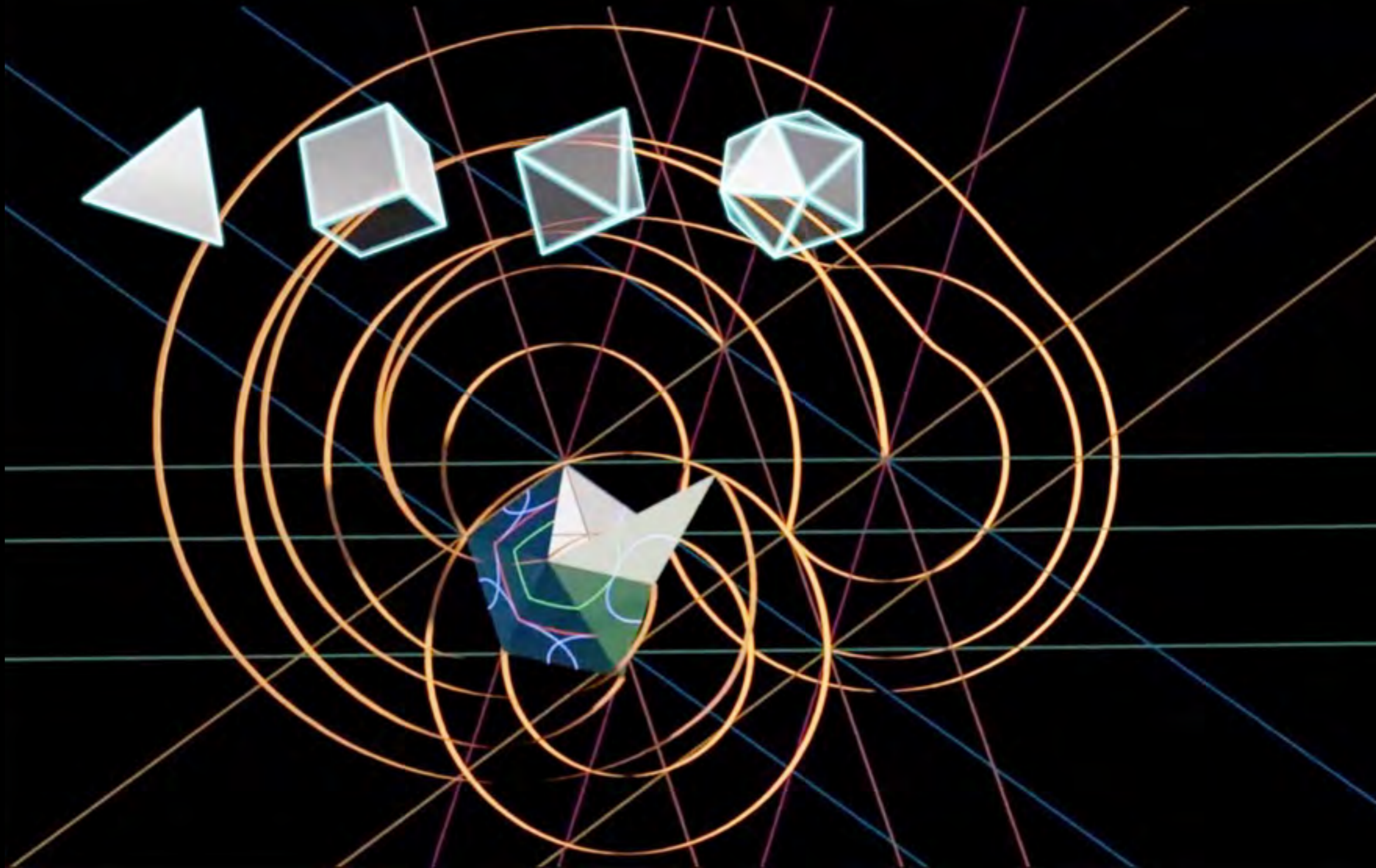
Platon. (427- 347 v.Chr.)

Die Dreiecke aus dem Penrose Muster bilden das 5. Element:

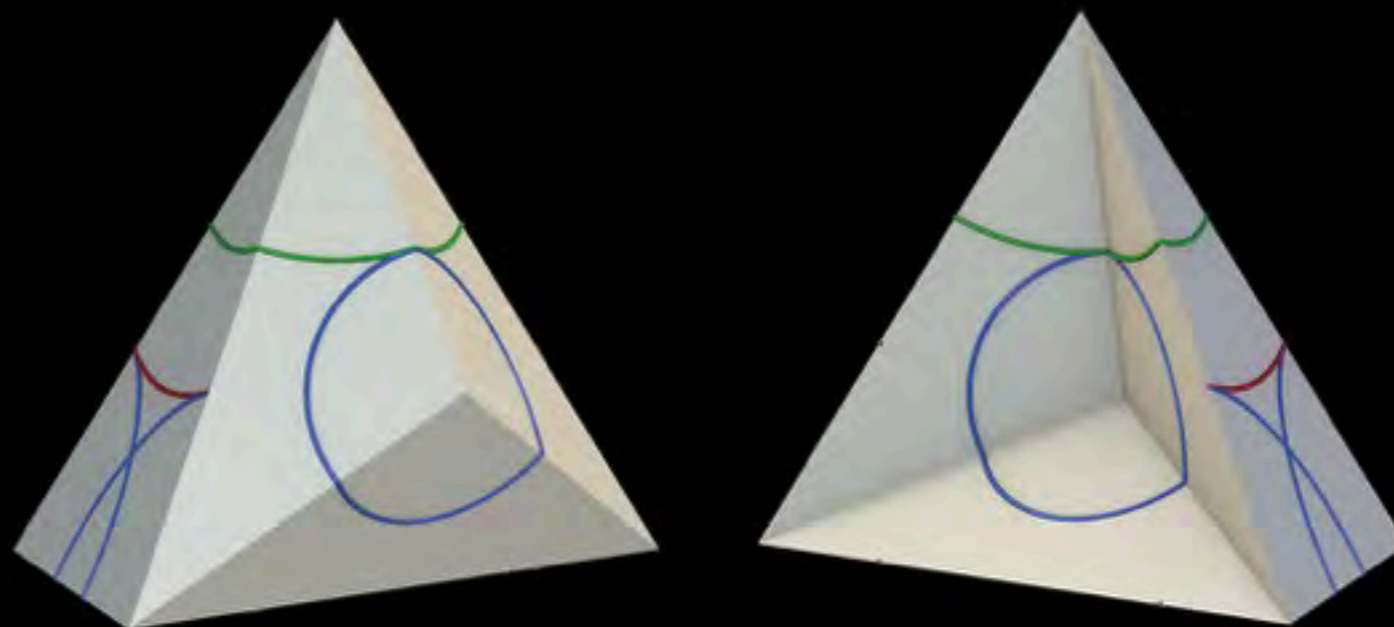


Netzplan aus der „Robinson Dekomposition der Kites und Darts“ = Goldene Dreiecke

Platons fünftes Element wird aus Dreiecken erzeugt



QC From the Pentagon Inequality to the Poincaré Universe <https://vimeo.com/54676456>



Epitaeder konvex (E+) Epitaeder konkav (E-)

3D Repräsentation des Penrose Kites und Darts Patterns

Namensgebung 2011 vom 11-jährigen Raoul Quehenberger:
Epitaeder im Unterschied zu ***Heptaeder*** für Siebenflächner



griech. „epita“ (**ἐπιτά**) - jenseitig, darüber hinaus

Etymologischer Vergleich:

ἐπι-τάφιος, zum Grabe, zum Begräbnis gehörig,

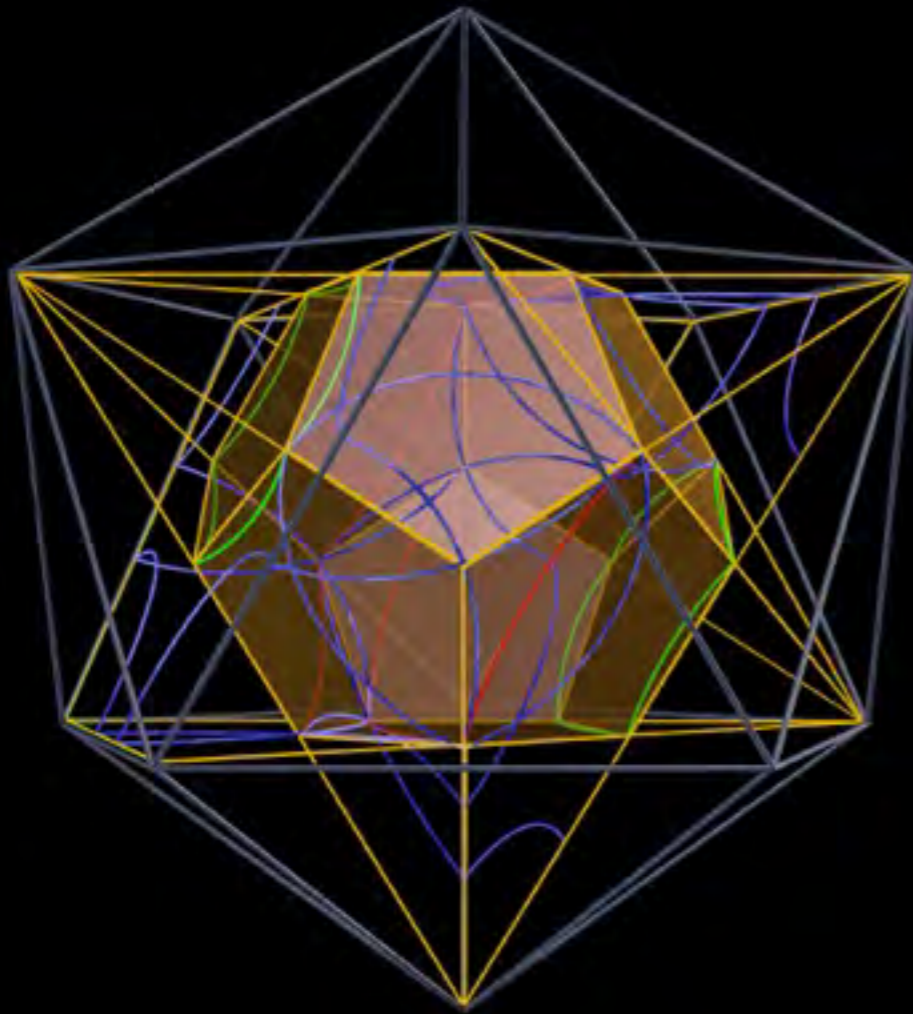
ἐπ-αργυρόω, versilbern;

ἐπιτάπτειν ἐπηργυρωμένα, Dinge,
die viel Geld kosten

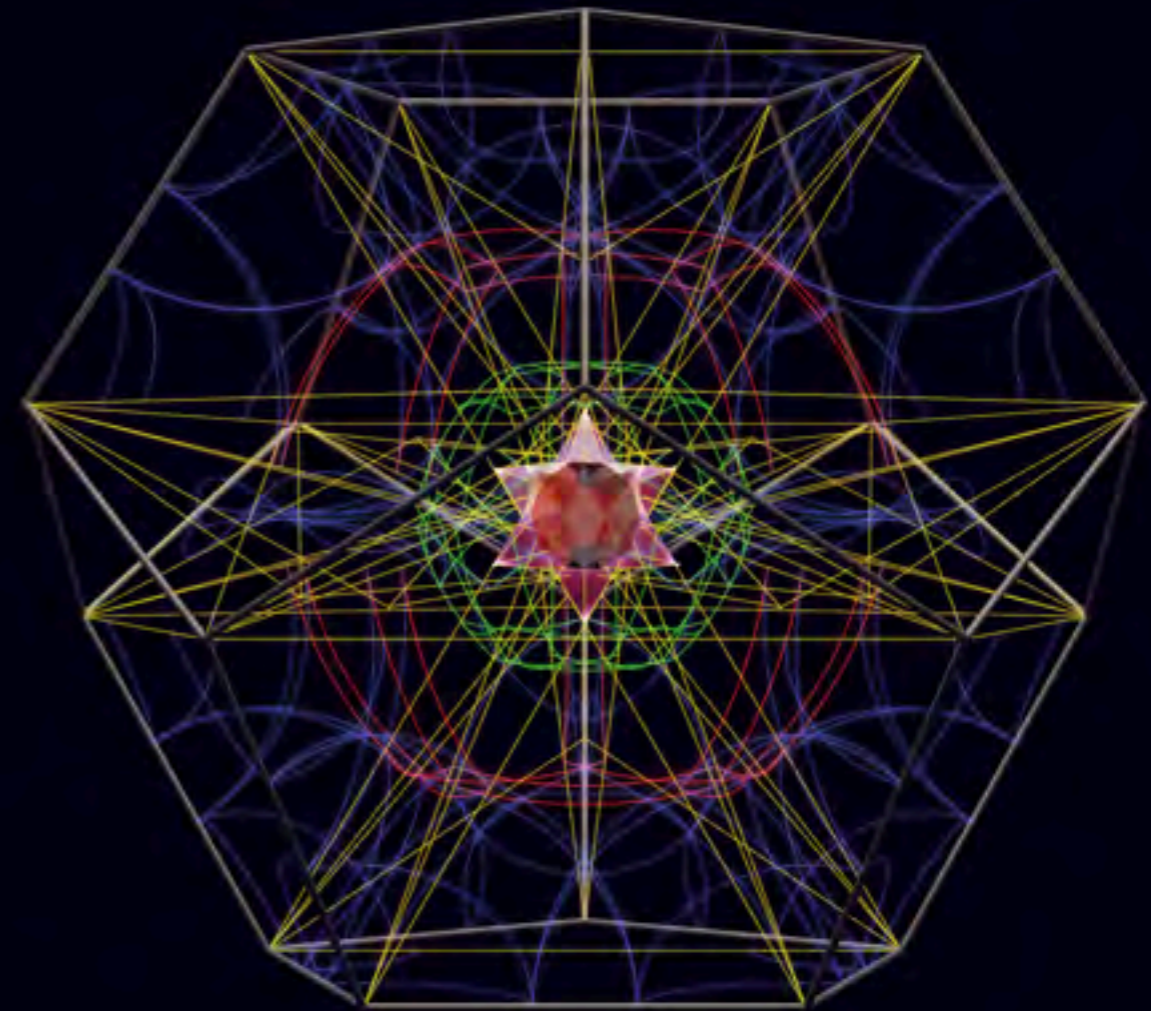
Epiphanie (griech. epiphaneia „Erscheinung“;
aus *epi* „über, darauf“ und *phainomai* „sich zeigen“)

Aus Platons kryptischen Beschreibung über die „Zusammensetzung der Dreiecke“
folgen

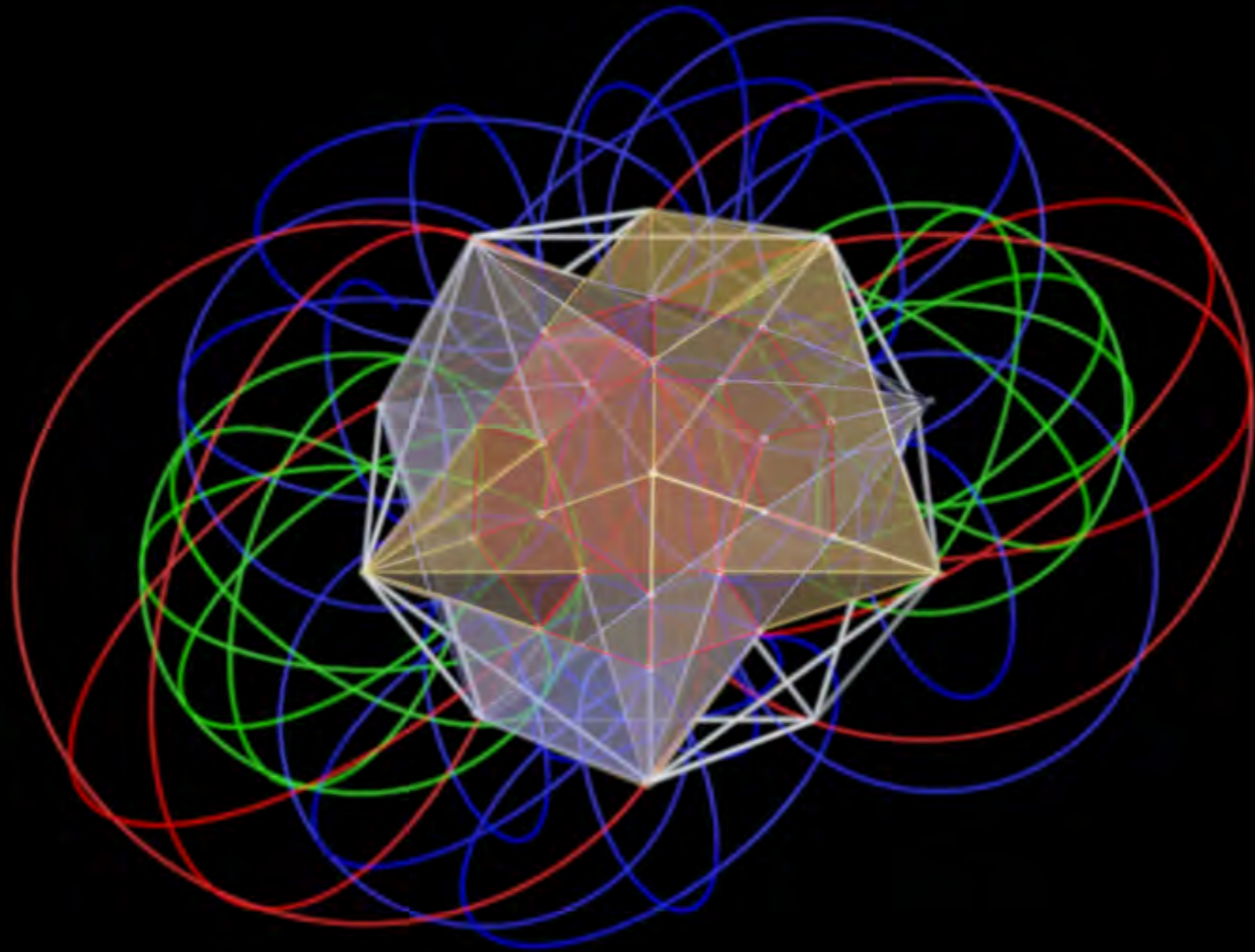
Dodekaeder unterschiedlicher Dimensionen



3-dimensionales Dodekaeder
aus der Überschneidung zweier Epitaeder im Ikosaeder

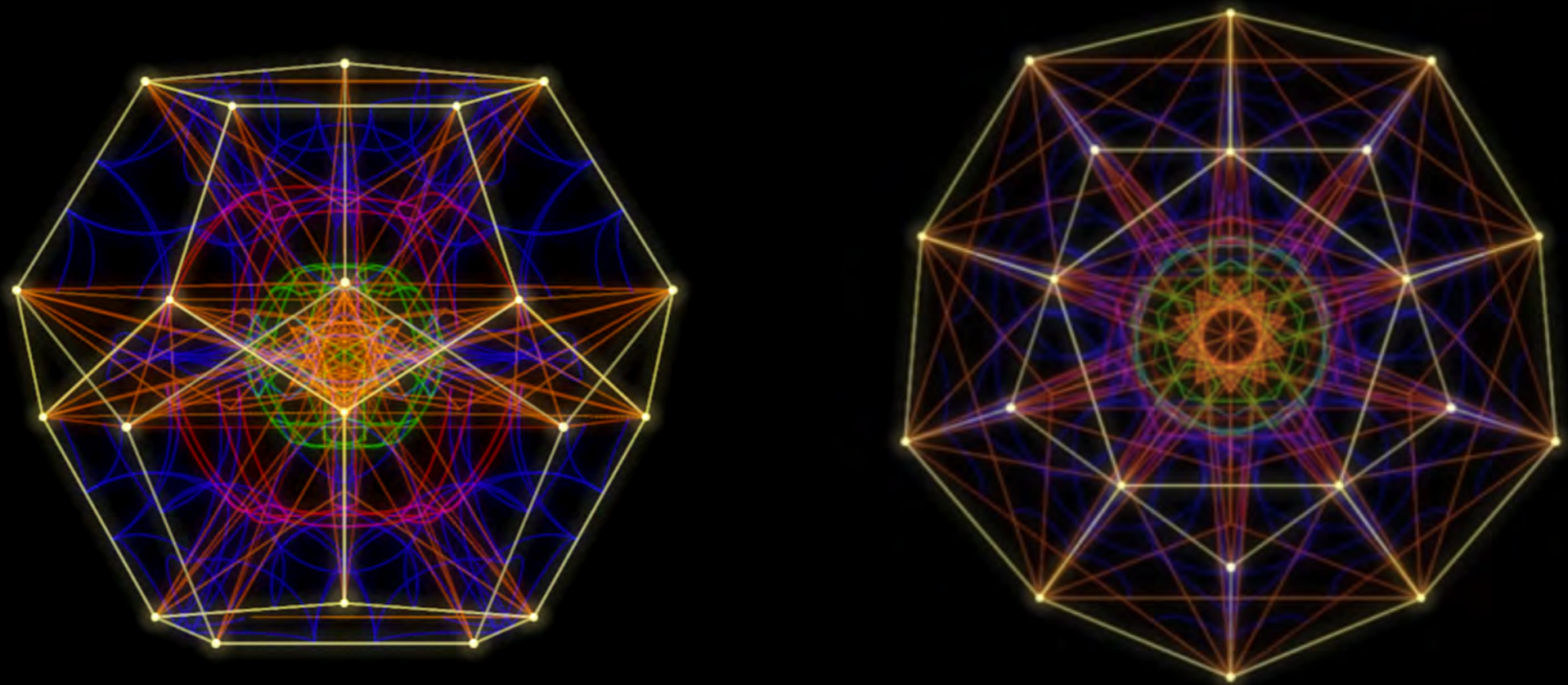


4-dimensionales Dodekaeder
aus der Zusammensetzung von 12 Epitaeder
(Bild mit Ikosidodekaeder-Stern und Dodekaeder im Zentrum)
[RQ/QC 2012- 2017]



Das Dodekaeder in zwei einander überschneidenden
Epitaedern im Ikosaeder

2 Epitaeder in Drehung erzeugen „Spuren“ der Kreisdekoration von den Penrose Tiles

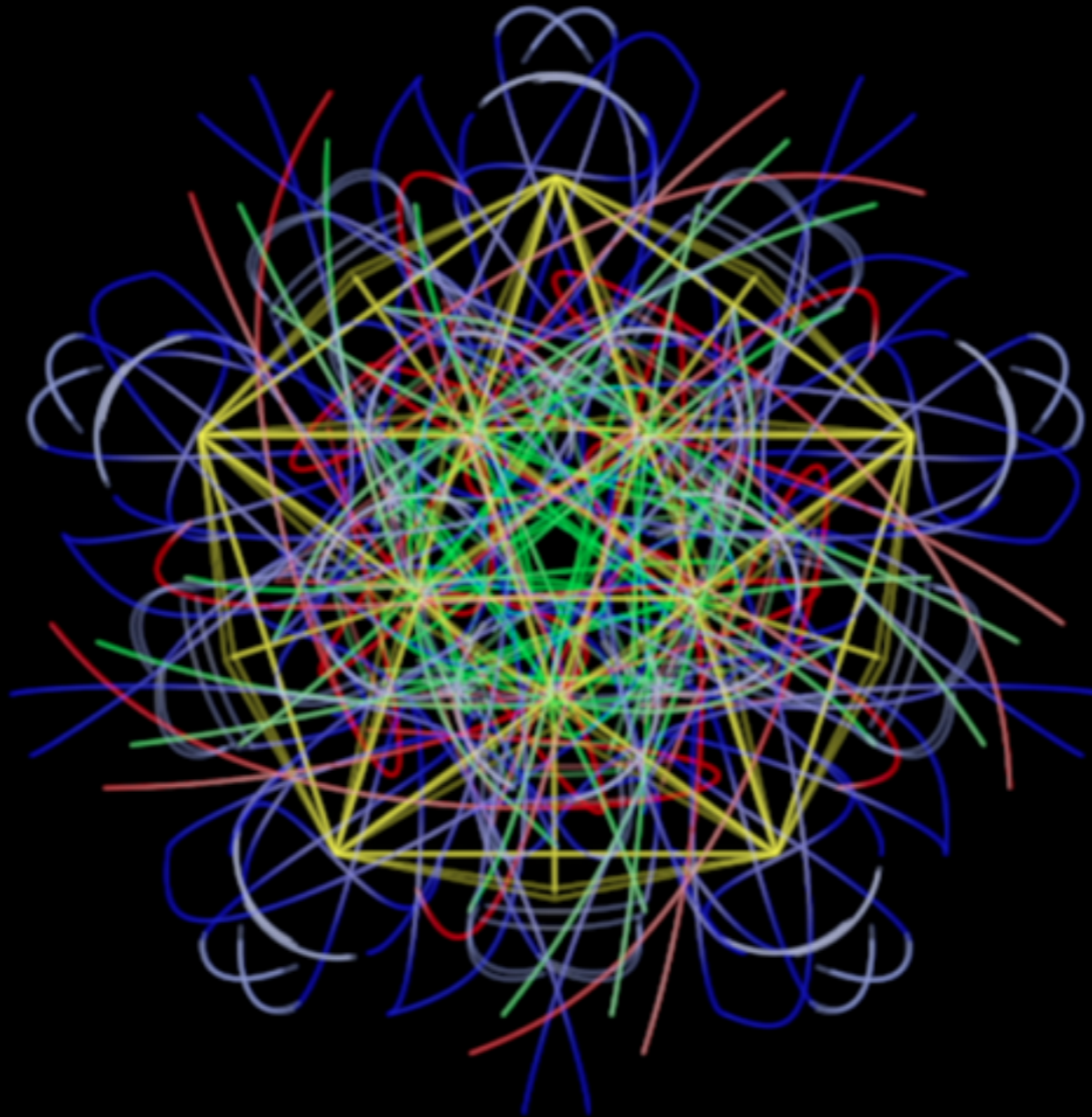


12 Epitaeder bilden einen 4-dimensionalen Dodekaeder (Ansicht/Aufsicht)

Epitadodekaeder

<https://vimeo.com/98759131>

Die für Platon so wichtigen, „Spuren“ können nun erstmals mittels 3D Animation anhand der Kreisdekoration der Epitaeder in Bewegung visualisiert werden



QC_ Epitahedron Beispiele <https://vimeo.com/50019507>

Platon betreibt die Geometrisierung des Raumes
—dahinter steht die Idee,
dass die Physik, die wir beobachten
direkt aus der Geometrie ableitbar ist.

Über seine rätselhafte Formulierung des „5.Elementes“ wird klar, dass Platon die höherdimensionalen Raum meint.

Die fünf platonischen Körper sind nach griechischem Verständnis nicht Körper sondern Schemata, Figuren, die allerdings die Grenze von Körpern bilden.

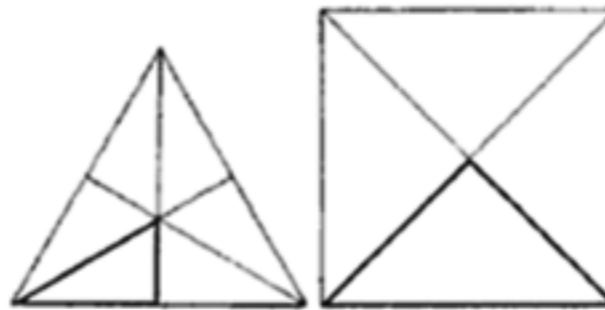
[Sachs 1917 zit. in Böhme & Böhme, S. 103]

“ Auch wenn Details aus Platons „Theorie für Alles“ wie im Timaios beschrieben, der modernen Sensibilität als absurd (wenn nicht borderline-psychotisch) vorkommen mag, gibt es viele Parallelen zwischen seinem Bild vom Universum und der String Theorie.

[Yau, S.-T. und Nadis, 2010, S., 325, übers. RQ]

Platonische Körper und Gruppentheorie

Körper	Element	begrenzende Flächen	Anzahl Elementardreiecke
Tetraeder	Feuer	4 gleichseitige Dreiecke	24
Oktaeder	Luft	8 gleichseitige Dreiecke	48
Ikosaeder	Wasser	20 gleichseitige Dreiecke	120
Würfel	Erde	6 Quadrate	24
Dodekaeder	Weltall	12 reguläre Fünfecke	—

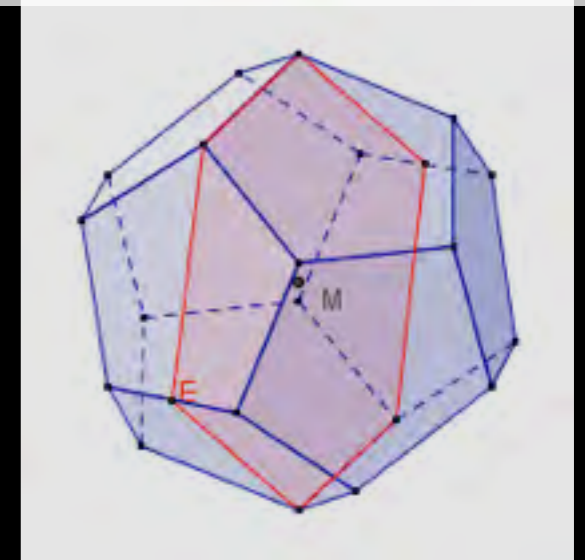
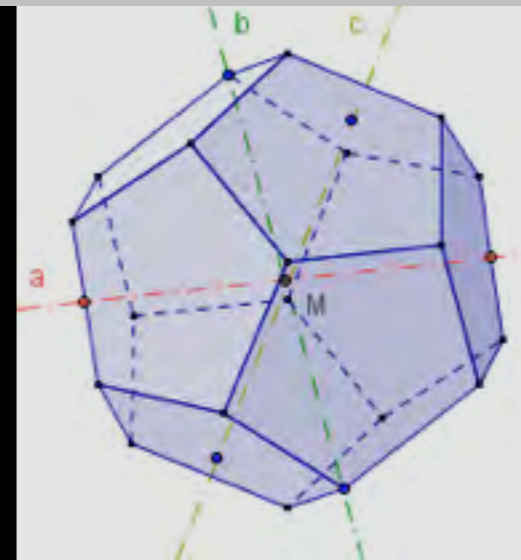
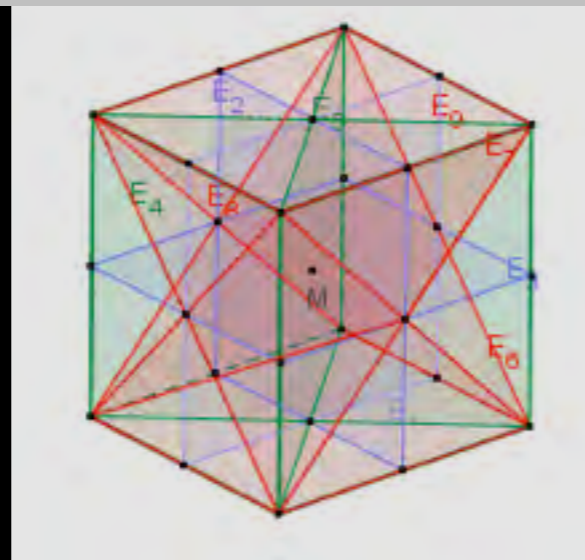
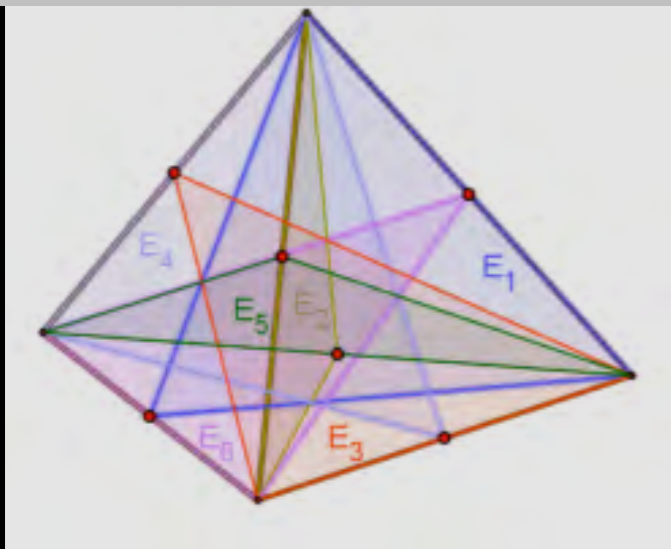


Tafel in Gernot und Hartmut Böhme, Feuer, Wasser, Erde, Luft: Eine Kulturgeschichte der Elemente, München: CH Beck, 1986, S.104

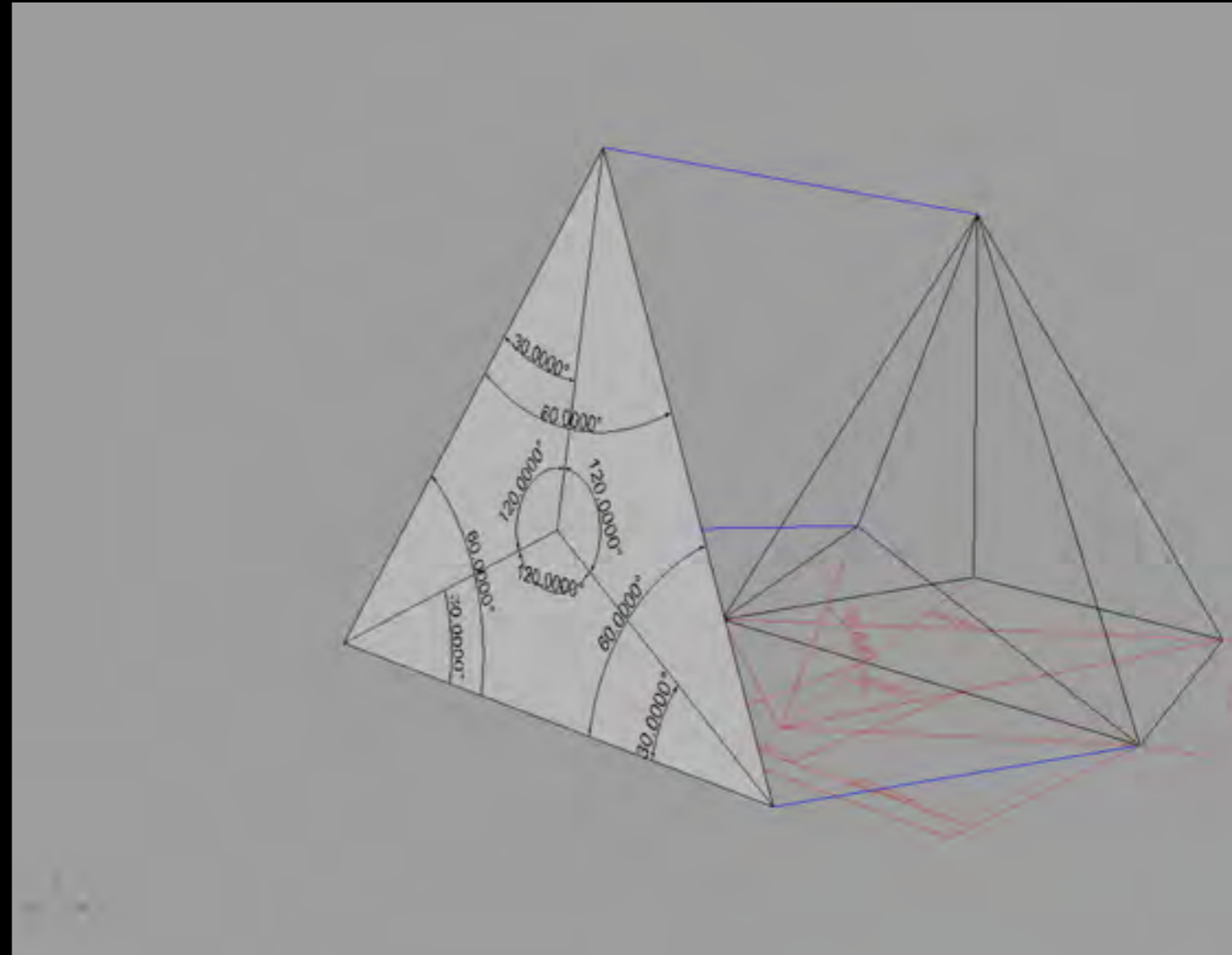
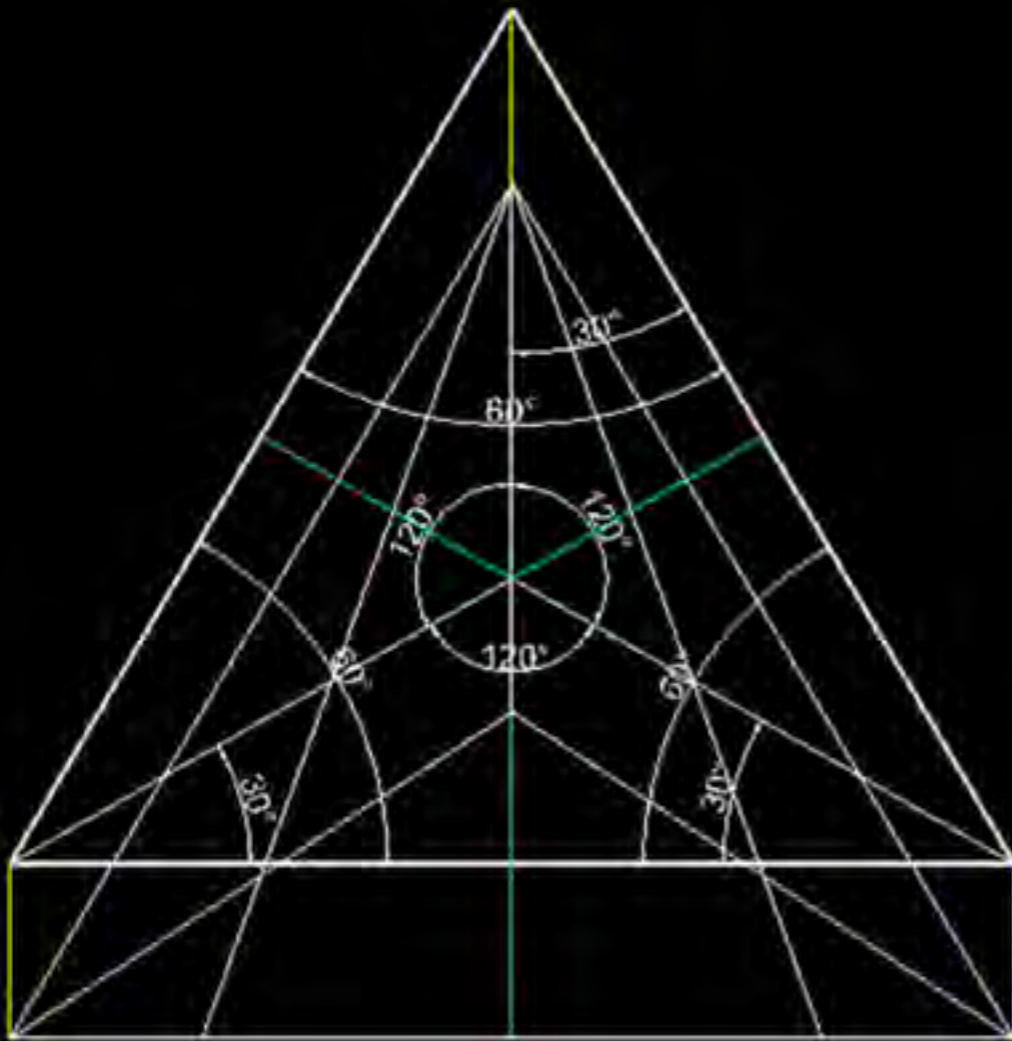
Tetraedergruppe.
Sie besitzt 24 Elemente

Hexaedergruppe = Oktaedergruppe.
Sie besitzen jeweils 48 Elemente

Dodekaedergruppe = Ikosaedergruppe.
Sie besitzen jeweils 120 Elemente.



Das gleichseitige platonische Elementardreieck erscheint in der Projektion des Epitaeders E_{\pm}



Grafik: Epitaeder Dreieck-Projektion, RQ/ Quantum Cinema 2011

Zusammenfassung:

Merksatz: Platons Beschreibung des 5. Elementes meint nicht das Dodekaeder selbst, sondern verweist auf die Bausteine des 5-dimensionalen Raumes (Epitaeder):

1. Ein 3-dimensionales Dodekaeder entsteht aus der Überschneidung der Dreiecksflächen von **zwei Epitaeder**.

2. Das vierdimensionale Dodekaeder entsteht aus der Zusammensetzung von **zwölf Epitaeder**.

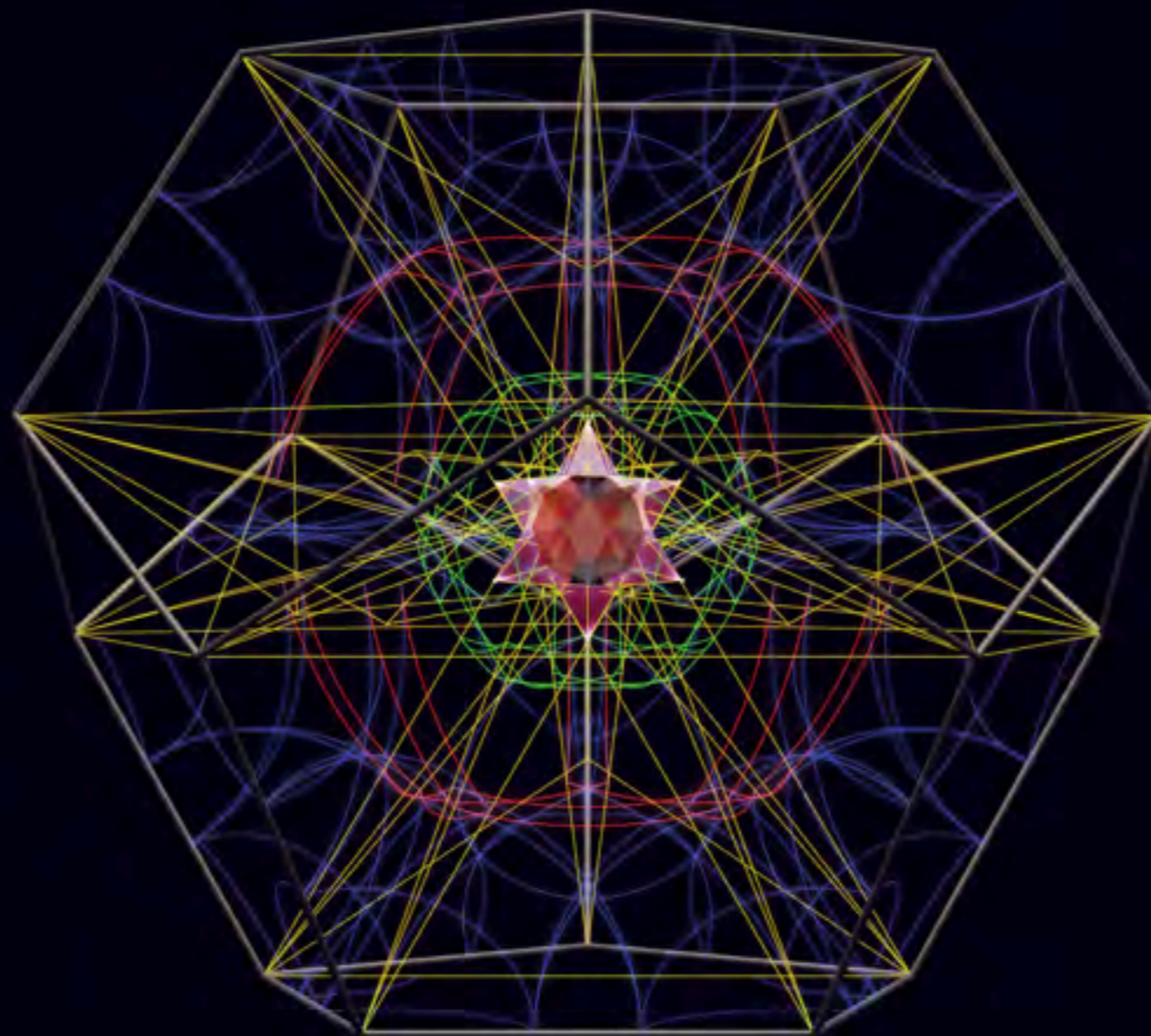
Das Dodekaeder symbolisiert seit jeher das Universum

Vgl.: unten Zeichnung von Johannes Kepler (1611)+ Korrektur von RQ

- zuletzt wurde das Dodekaeder-Universum von Henri Poincaré (1904) als Modell angenommen



„Der unendliche 5-dimensionale Raum erfährt seine Begrenzung in der Form eines Dodekaeders“ Kōji Miyazaki, 2013



geplante Massnahmen für die Verbreitung der korrekten Bedeutung von Platons „5.Element“ und die Einbindung von höherdimensionaler Geometrie in den Unterricht

Workshops:

Origami- workshops

Out-door workshop Bambus-Konstruktion mit Carla Feijen

Spiele:

Digitale Games

Analoges 3D Puzzle

Filme & Bücher:

Animierte 3D Geometrie Filme

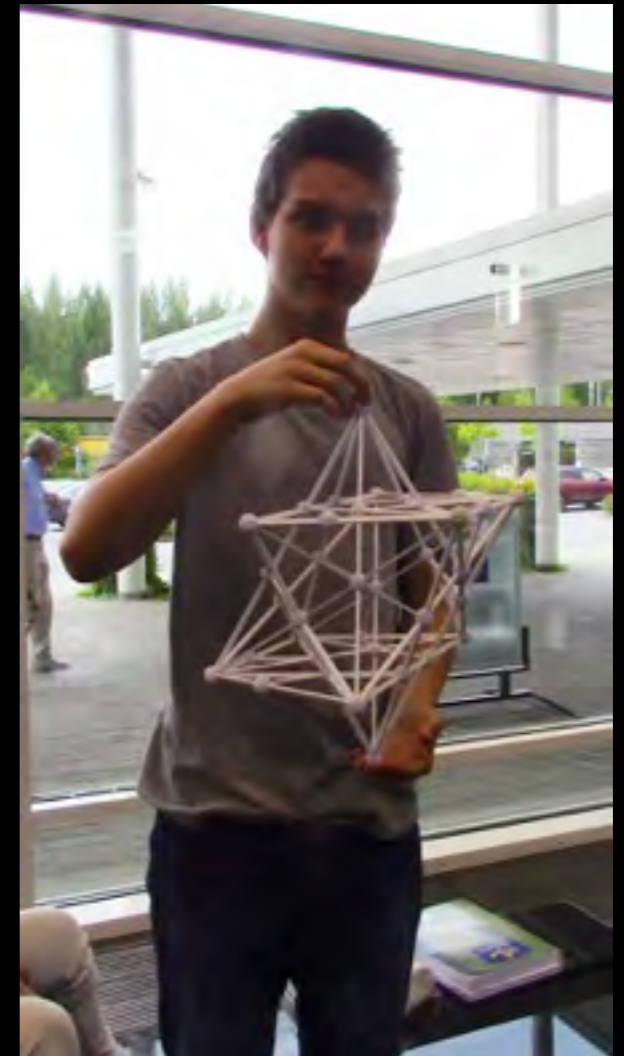
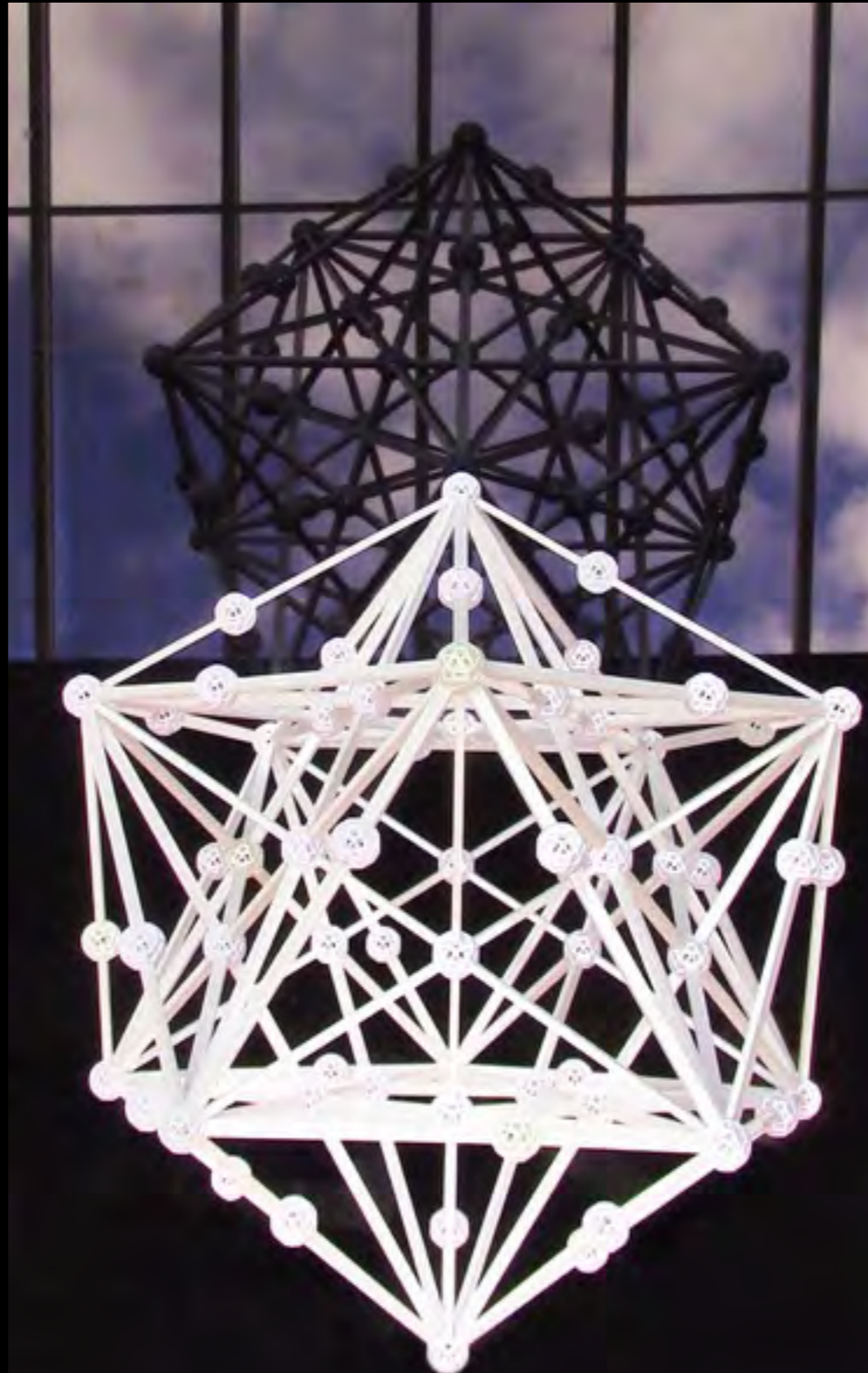
“Platon in 5D“ Bastelbuch

Origami-Workshops: Epitaeder aus Papier falten



Enfolding Epitahedra- Workshop, BRIDGES 2014 in Seoul (KR)

Platons 5. Element aus Zometool



Zometool - Workshop auf der BRIDGES Konferenz , Universität Jyväskylä, FI 2016

Outdoor- Bambus Workshops:



Bambus - Workshop mit Carla Feijen auf der Symmetry Konferenz Wien, 2016

Film doku von Senf TV auf OKTO, <https://vimeo.com/183990264>

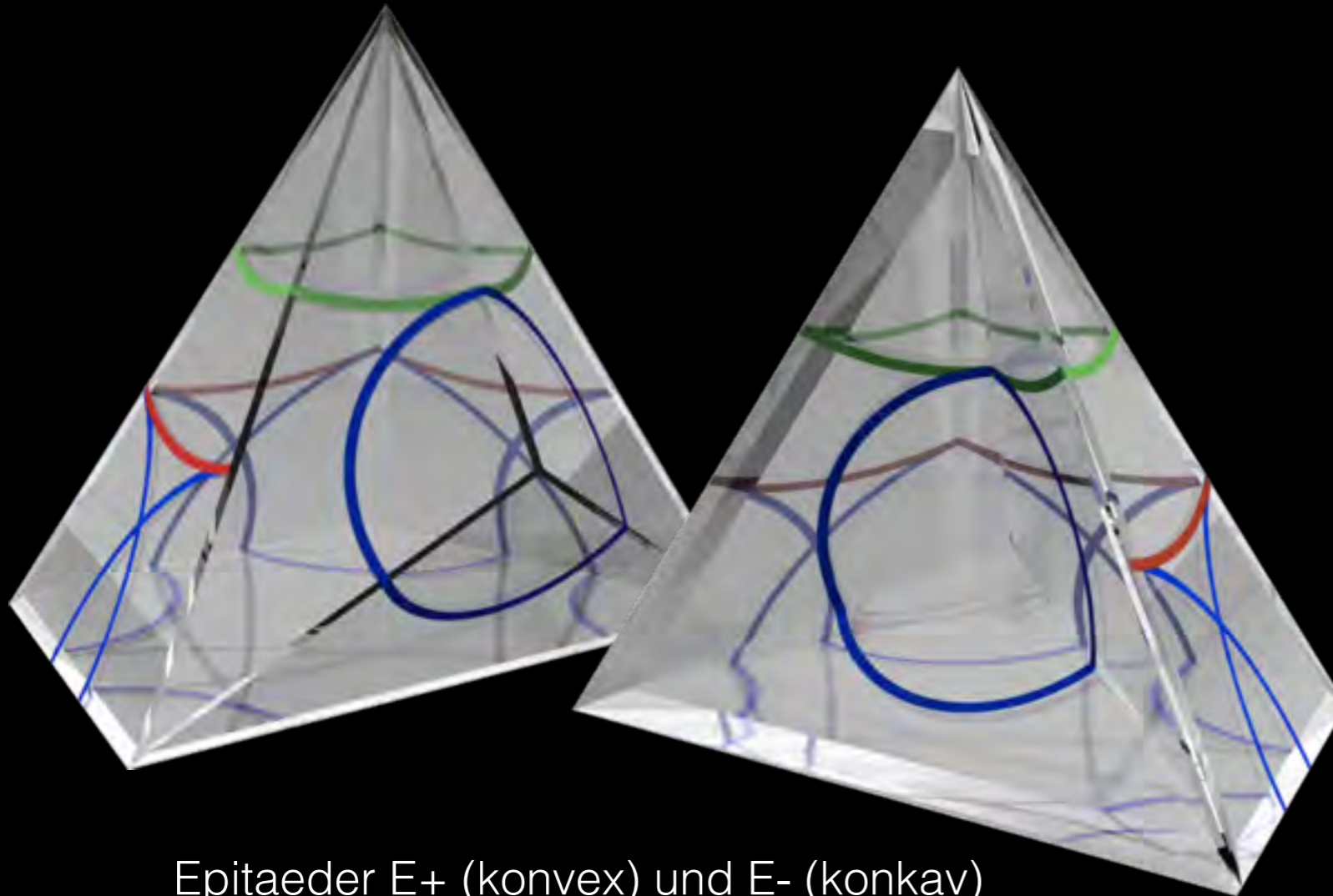
geplante Lehrmittel:



Platos 5. Element
als 3D Druck

geplante Lehrmittel:

3D Bausteine der Einheitszelle des 5-dimensionalen Raumes



Epitaeder E^+ (konvex) und E^- (konkav)

(C) RENATE QUEHENBERGER



Sir Roger Penrose mit Epitaeder E_{\pm}

Foto RQ, Wien 28.08.2017

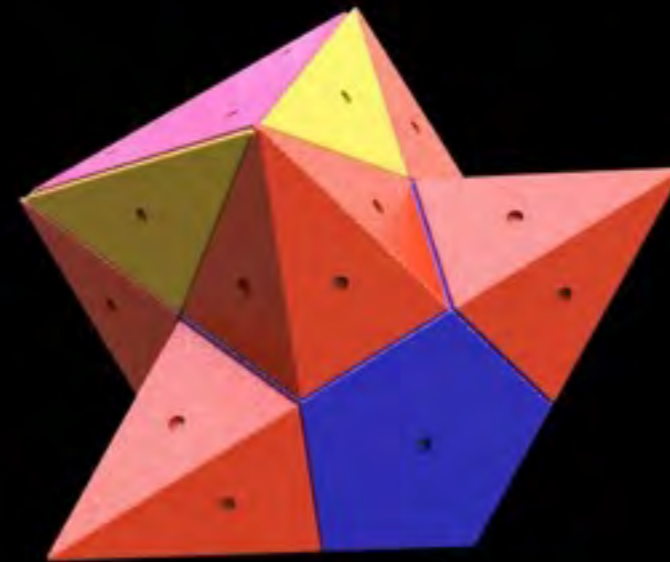
siehe auch QC_Expert Talk:

Sir Roger Penrose, Luzern, 2012

<https://vimeo.com/50137546>

geplante Lehrmittel:

3D Puzzle mit Magneten:



3D Puzzle

Epitaeder-Dodekaeder-Ikosaeder- Stern-Dodekaeder-Ikosaeder + +

A0 Poster zum download:

Platonische Körper: das Dodekaeder als höher-dimensionales Element

Eine gute Nachricht für alle, die sich bei der Beschreibung der fünf regelmäßigen Körper von Platon im *Timaios* (ca.361/360) schon immer darüber gewundert haben, dass er das Dodekaeder ausdrücklich NICHT namentlich erwähnt, indem er sagt:

„...da es aber noch eine fünfte Zusammensetzung [DER DREIECKE] gibt, bediente sich der Gott ihrer bei der Ausschmückung des Alls.“ Platon (*Timaios* 55d)

-- Nun kann Platons kryptisches Rätsel über das *fünfte Element*, nach mehr als 2375 Jahren, mithilfe der 3D Repräsentation des Penrose Kites & Darts Muster (genannt Epitaeder) nach und nach gelöst werden:



Fig.1 Platon
(ca.427 - 347 v. C.)

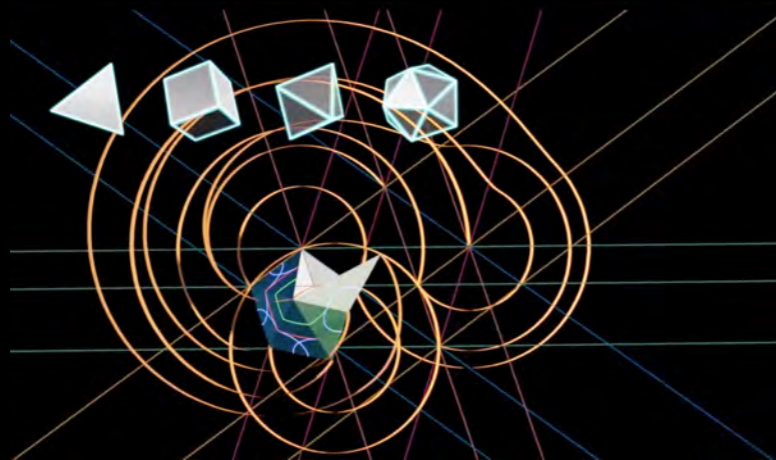


Fig.2 Die Platonischen Körper, Tetraeder, Würfel, Oktaeder und Ikosaeder, der Epitaeder entfaltet sich aus den Dreiecken des Pentagrids;-- Vgl. Isis und Osiris Mythos und Platons Hinweis auf die Ägypter (siehe auch Kepler Zitat unten)
[R.Q. (2013) Technoetic Arts, 11:3, Bristol: Intellect. 319–334]

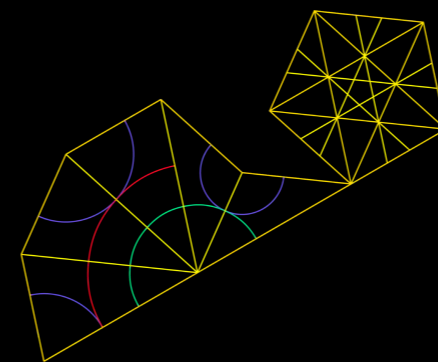


Fig.3 Epitaeder (E±) Netzplan

Platon wählt für das Ideenreich
die Proportion
 $p^2 : pq = pq : q^2$

Man setze in die Formel für das
arithmetische Mittel
 $\frac{1}{2} \cdot (a+b)$
für $a=1$ und $b=\sqrt{5}$
ein und erhält den goldenen
Schnitt mit der Formel

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.6180339887$$

Das ist das Penrose Muster !

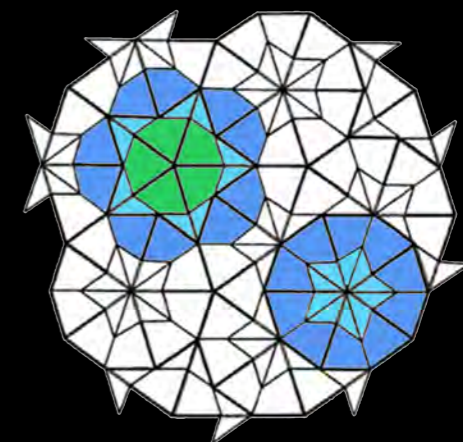
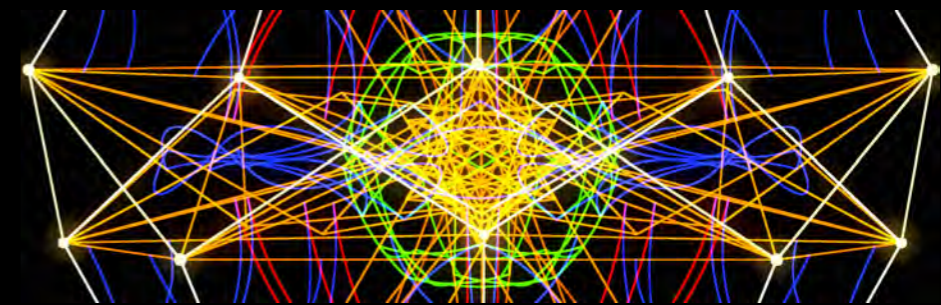


Fig.4 Das Penrose Muster (P2)
mit Drachen und Pfeilen

ist ein irreguläres aperiodisches Muster der Ebene im Goldenen Schnitt, das von Roger Penrose und Robert Ammann unabhängig voneinander im Jahr 1973 entdeckt und von Penrose 1974 publiziert wurde; es dient als Modell für Quasikristalle und repräsentiert den Querschnitt des 5-dimensionalen Raumes

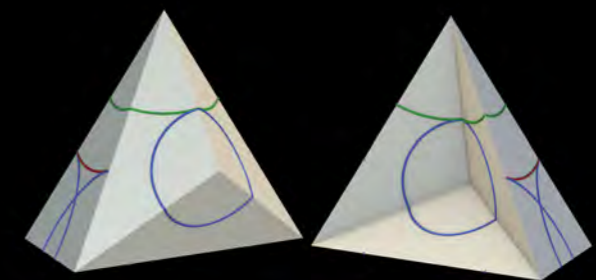


Fig.5 Epitaeder konvex (E+) und konkav (E-)
3D Repräsentation des
Penrose Kites & Darts Musters (P2)

Zwei Epitaeder (E+) bilden das 3-dimensionale DODEKAEDER

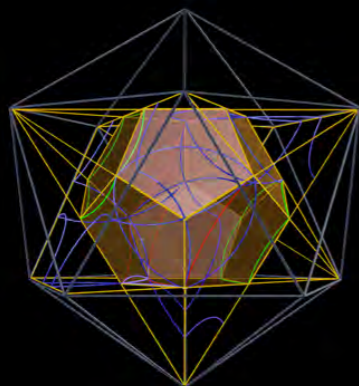


Fig.6 Zwei Epitaeder im Ikosaeder bilden das Dodekaeder
Vgl.: wie der Oktaeder mittels Überschneidung von zwei Tetraedern erzeugt wird, entstehen hier - ganz nach Platons Konzept der Dreiecke - erst durch die Überschneidungen der Dreiecksflächen der beiden Epitaeder (E+) die 12 Fünfecksflächen des Dodekaeders [Vgl: R.Q. (2014), Journal Symmetry: Culture and Science, Budapest: Symmetrion 25,177-192]

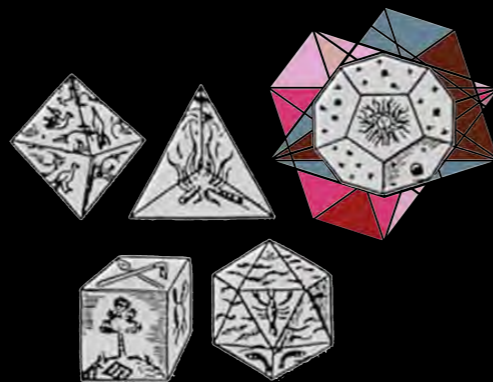


Fig.7 Die fünf Platonischen Körper mit Illustrationen der Elemente Feuer, Luft, Erde, Wasser und des Kosmos; von Johannes Kepler* ergänzt um die beiden Epitaeder (RQ)

„Ich trotzte höhrend den Sterblichen mit dem offenen Bekenntnis: Ich habe die goldenen Gefäße der Ägypter geraubt, um meinem Gott daraus eine heilige Hütte einzurichten, weitab von den Grenzen Ägyptens.“

[Johannes Kepler, „Harmonices Mundi libri V“ Linz 1619, *ebenda]



Fig.9a) „Verschränkte Epitaeder“ – das 2 Qubit System

Die Kreis-Dekoration der Flächen in Rotation versetzt, zeigt die Kreise, die Bild b) „verschränkte Photon“ Foto [P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, (1995), Phys. Rev. Lett.]

Vgl.: Platon streicht die Bedeutung der Elemente als „Spuren von sich selbst“, die den Raum füllen (vgl.: Tim. 53B) hervor. Sie werden vom Demiurgen durch Zahlen und Formen geformt & die Welt daraus zusammengesetzt.

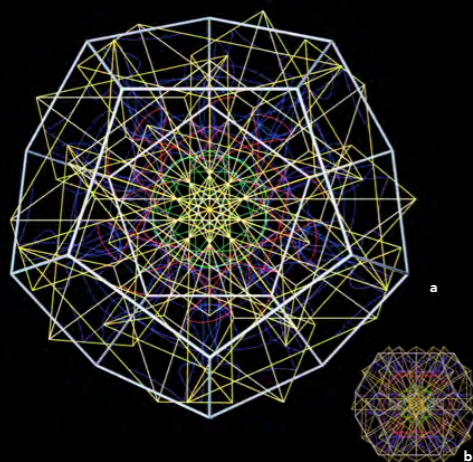


Fig.10a) „Verdrehtes“ Epitadodekaeder (Aufsicht die 12 Epitaeder sind um 72° verdreht, Fig.b) die Vorderansicht weist Orthogonalität auf

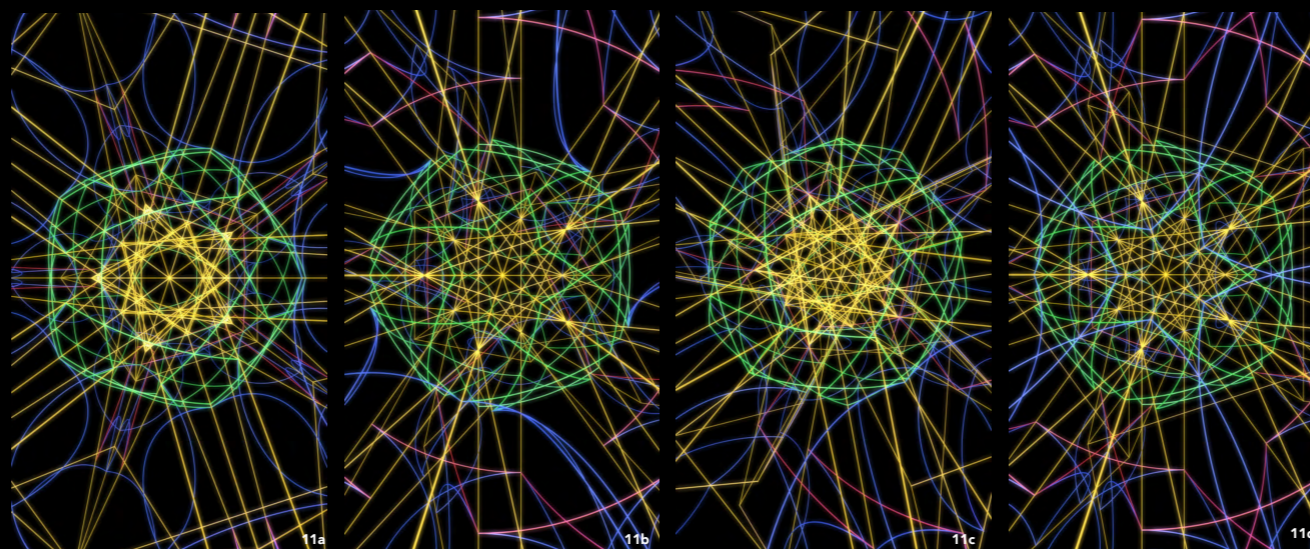
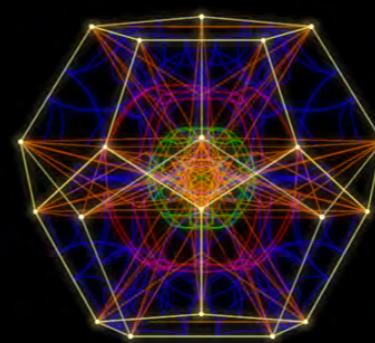
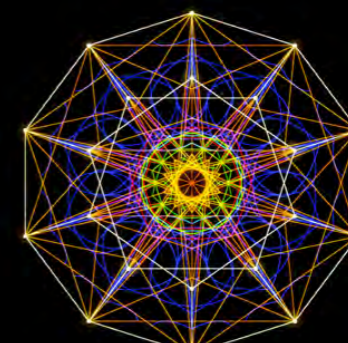


Fig.11 a-d) Unterschiedliche Ansichten des Zentrums des Epitadodekaeders, je nach Grad der Verdrehung offenbart es ein anderes Muster

Zwölf Epitaeder (E+) bilden ein 4-dimensionales DODEKAEDER



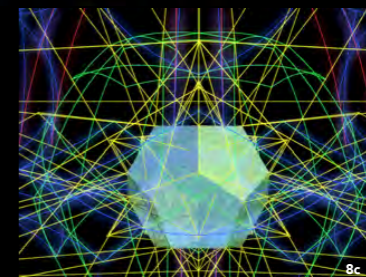
8a



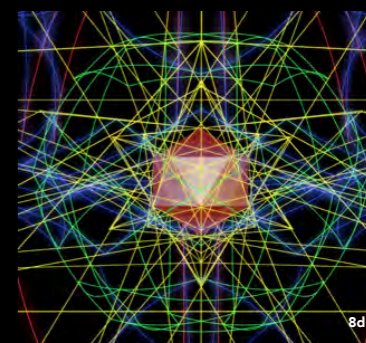
8b

Fig.8 Epitadodekaeder (a Ansicht / b Aufsicht)

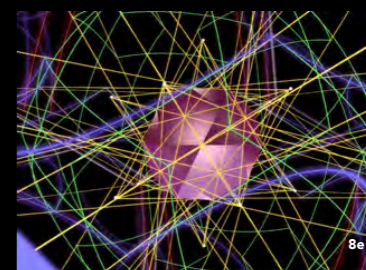
die abgeknickten Fünfecksflächen der Epitaeder bilden die äußeren Dodekaederflächen und deren Spitzen überschneiden einander im Zentrum. Dort ließen sich bisher ein kleiner Dodekaeder (8c, vgl: Victor Schlegel, Beschreibung eines 4-dimensionalen Würfels), ein Ikosaeder (8d), ein Ikosidodekeder (8e) und ein Stern-Ikosidodekeder (8f) identifizieren.



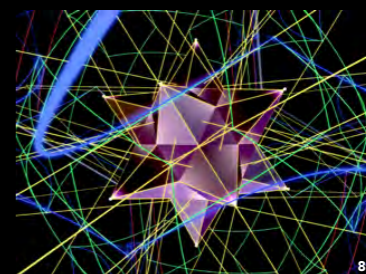
8c



8d



8e



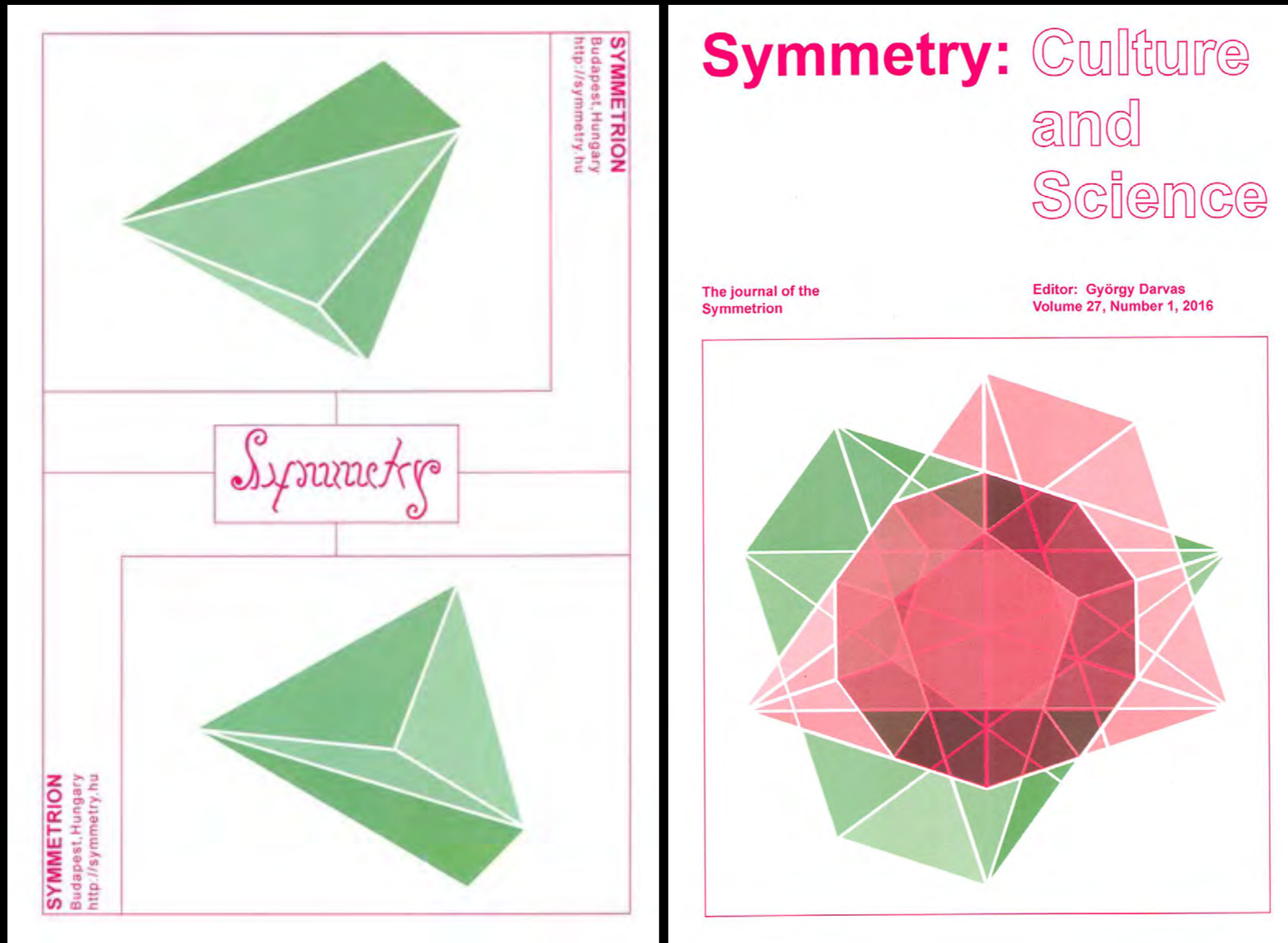
8f

Ein 4-dimensionales Dodekaeder wurde auch 1904 von Henri Poincaré als Modell für das Universum propagiert. Tatsächlich entsprechen die digitalen 3D animierten Visualisierungen, des sogenannten Epita-Dodekaeders den Beschreibung seiner Homologie-Sphäre: die gegenläufigen Drehbewegungen der gegenüberliegenden Fünfecksflächen erzeugen nämlich die verschiedenen Symmetrien in Stufen von 36° (siehe Fig.11 a-d)

[H. Poincaré, Palermo Rend. 18, 1904, pp. 45-110.].

Mit dieser Darstellung erfährt also die überlieferte Bedeutung des Dodekaeders als bildliche Metapher für das Universum, eine höherdimensionale Revision,- ganz im Sinne von Platons Konzeption des Ideenreichs.

Publikationen



COVER DESIGN, Description of the cover images: the epitahedron, *Symmetry: Culture and Science* Vol. 27, No. 1, 56-58, 2016

- **REFERENZEN:**

- **Publikationen in Büchern:**

mit P. Weibel, M. Blümlinger, H. Stachel, E.v. Samsonow, H. Rauch, H. Katzgraber, C. Magnes, N. Tasic; K. Stumreich, R. Friemel, „Visualisation of the icosahedral Group in a new 3D representation“, In: *Mathematics Without Words Nor Formulas. Visual Mathematics In The Sciences And In The Education*, Ed.: Slavik Jablan, Kaposvar (HU

- **Publikationen in wissenschaftlichen Journalen (Auswahl):**

Quantum Information Traced back to Ancient Egyptian Mysteries, *Technoetic Arts*, 11:3, Bristol: Intellect. (2013)

A New Digital 3-D Dynamic Geometry for the Visualization of Complex Number Space, co- authors: P. Weibel, H. Rauch et al., *Proceedings of International Conference on Computational Electronics and Nanotechnology (ICOCENT-2012)* Conference 1st to 2nd March 2012. JAIPUR (I), pp. 287-292

A reflection on theories of light, *Quantum Theory: Reconsideration of Foundations 6* AIP Conf. Proc. 1508, 459-463 (2012); doi: 10.1063/1.4773164 © 2012 American Institute of Physics 978-0-7354-1126-5/, Editors: Andrei Khrennikov, H. Atmanspacher, Alan Migdal and Sergey Polyakov

A newly discovered Heptahedron named Epitahedron, *Symmetry: Culture and Science*, Vol. 25 (2014), No. 3, pp. 177-192

COVER DESIGN, Description of the cover images: the epitahedron, *Symmetry: Culture and Science* Vol. 27, No. 1, 56-58, 2016

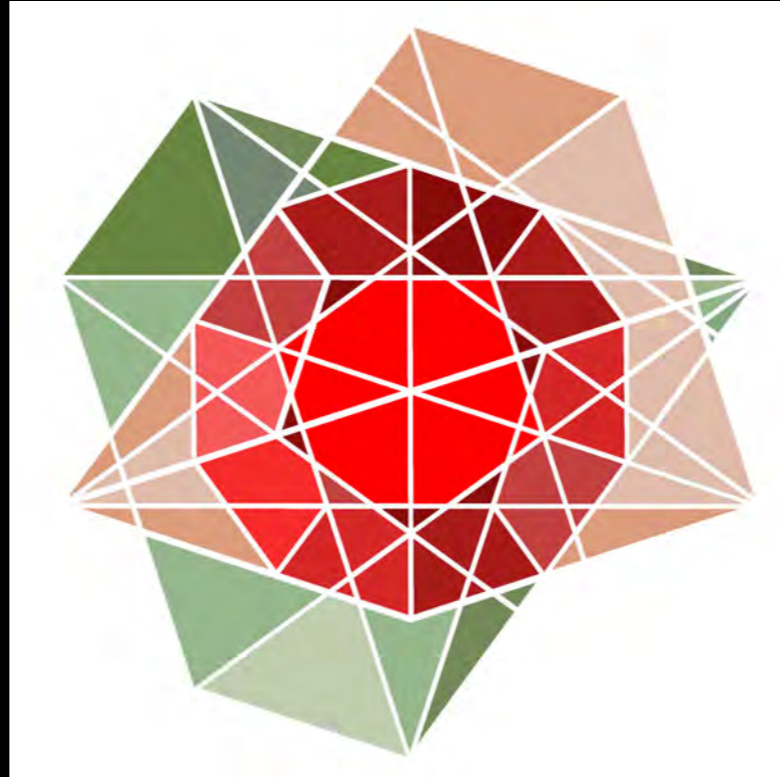
mit Benjamin Skepper, Connecting Genetics, Music and 3D Animated Digital Geometry: Towards a Visualization of Genetic Codes via Genetic Music, *Proceedings of Cairotronica*, LEONARDO 2019

On a Higher Dimensional Convergence of System Theory and Transcendence in the Digital Realms, MDPI Proceedings of the IS4SI 2017 Summit Schweden, Published: 9 June 2017

- **Posterpräsentation:**

A new visualization of the homology sphere, **ICM 2014**, International Congress of Mathematicians, Seoul (KR) Poster presentation, P5 #29 <http://www.icm2014.org/en/program/scientific/poster>

A Proposal for a Psi-ontological model based on 5-dimensional Geometry, **QCQMB** Workshop: Quantum Contextuality in Quantum Mechanics and Beyond, Prag 2017



Danke für Ihre Aufmerksamkeit !