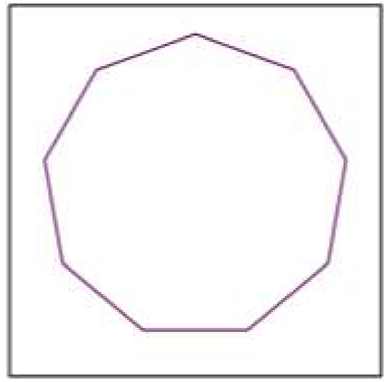
Workshop „TURTLE-Grafik“

1. Vieleck

Erzeugung eines Neunecks über die Bewegung einer (LOGO-)Schildkröte.

Vorgaben:
Drehwinkel und Weglänge für jeden Einzelschritt,
zusätzlich:
Startrichtung und –position.

	Inkrement		Punkte	
		40,00		
	Länge	Drehung		
Start	3,000	0,00	1,50	-3,00
	3,00	40,00	3,80	-1,07
	3,00	80,00	4,32	1,88
	3,00	120,00	2,82	4,48
	3,00	160,00	0,00	5,51
	3,00	200,00	-2,82	4,48
	3,00	240,00	-4,32	1,88
	3,00	280,00	-3,80	-1,07
	3,00	320,00	-1,50	-3,00
	3,00	360,00	1,50	-3,00



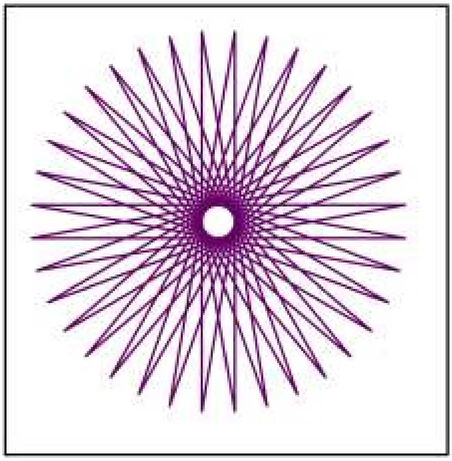
Die Positionen unter „Punkte“ liefert das Funktions-Makro „vor“:

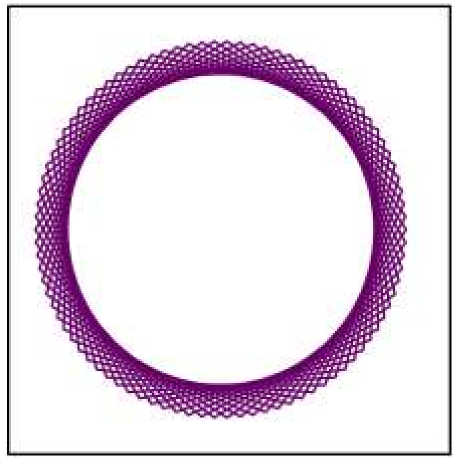
Von der Beschränkung der Eckenzahl auf 9 befreit man sich, indem man die Formeln in der ersten Zeile unter dem Kopf nach unten kopiert. Dies Kopieren lässt sich an ein Makro delegieren:
Die Aufzeichnung des Makro-Recorders ergibt für das Kopieren des Bereichs B8:F8:

```
Function vor(Punkt, laenge, grad, stelle)
bogen = grad * (Atn(1) / 45)
Select Case stelle
Case 1:
vor = Punkt(1) + laenge * Cos(bogen)
Case 2:
vor = Punkt(2) + laenge * Sin(bogen)
End Select
End Function
```

```
Sub Kopiere()
   Range("B9:F20008").ClearContents
   Range("B8:F8").Select
   Selection.Copy
   Range("B8:B2008").Select
   Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteFormulas, Operation:=xlNone,
      SkipBlanks:=False, Transpose:=False
   Range("B8").Select
End Sub
```

Damit ergeben sich in Spezialfällen auch Sternvielecke.
Beispiel: Winkelinkrement 170° bzw. Winkelinkrement 68°

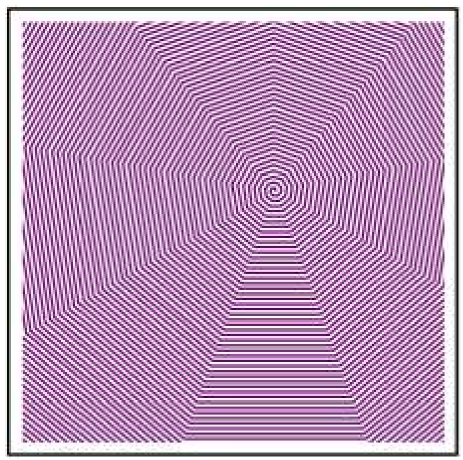




2. Längeninkrement: Spiral-Muster

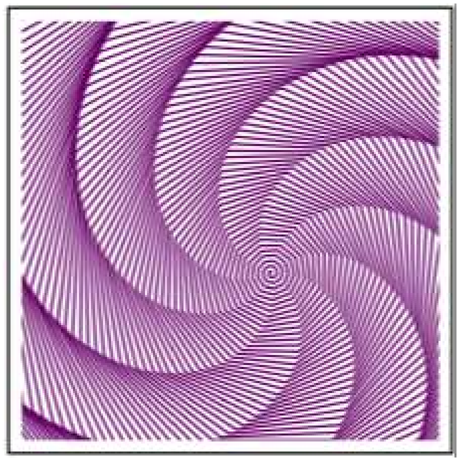
In einer ersten Erweiterung des Systems wird man eine Veränderung der Weglänge ins Auge fassen. Ein gleichmäßiger Anstieg vom Startwert 0 bietet sich an.

	Inkrement			
	0,010	40,00		
	Länge	Drehung	Punkte	
Start	0,000	0,00	1,000	2,00
	0,01	40,00	1,01	2,01
	0,02	80,00	1,01	2,03
	0,03	120,00	1,00	2,05



3. Längen- und Winkelinkrement

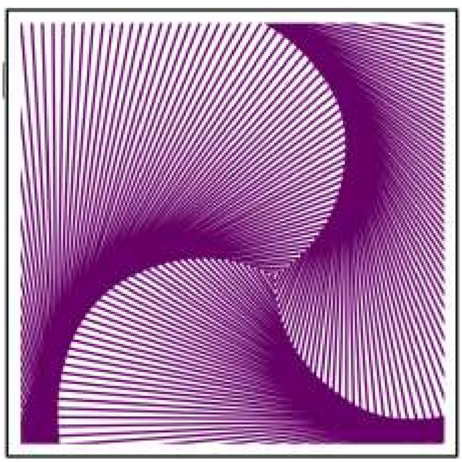
Auch die Erweiterung auf eine Option zu einer inkrementellen Veränderung der Winkelgröße erfordert keinen größeren Aufwand mehr.

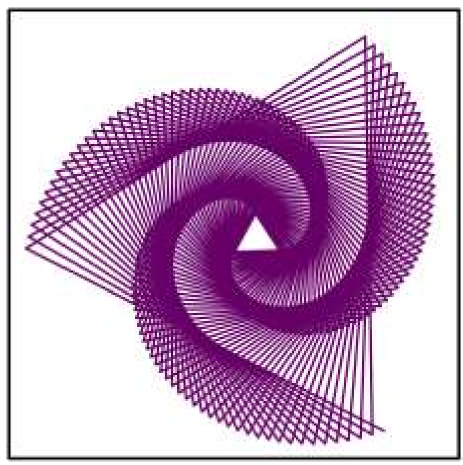


	-0,25			
Inkrement				
0,010	40,00			
Länge	Drehung		Punkte	
0,000	72,00		1,000	0,00
0,01	111,75		1,00	0,01
0,02	151,50		0,98	0,02
0,03	191,25		0,95	0,01

	0,50
Inkrement	
0,100	120,00
Länge	Drehung
0,000	80,00

	1,00
Inkrement	
0,040	120,00
Länge	Drehung
1,000	120,00





4. Naturformen

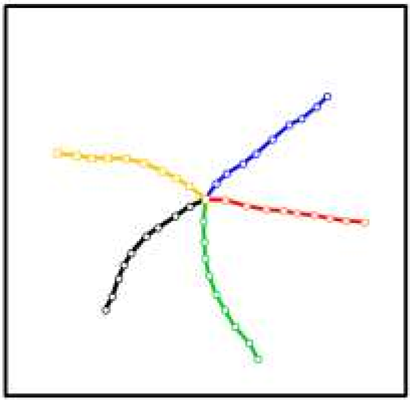
Um Formen zu erhalten, die weniger „streng“ erscheinen, bringt man den Zufall ins Spiel:
Man lässt die Größen „Länge“ und „Winkel“ um einen zentralen Wert mit einer gewissen Breite streuen.

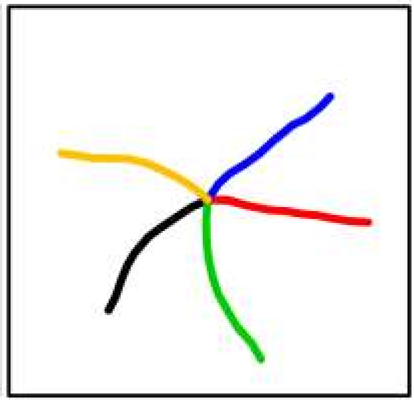
```
Function streu(wert, breite)
streu = wert + breite * (Rnd - 0.5)
End Function
```

Bei gleichem Startpunkt kommt man so zu Formen, die an einen Seestern erinnern.

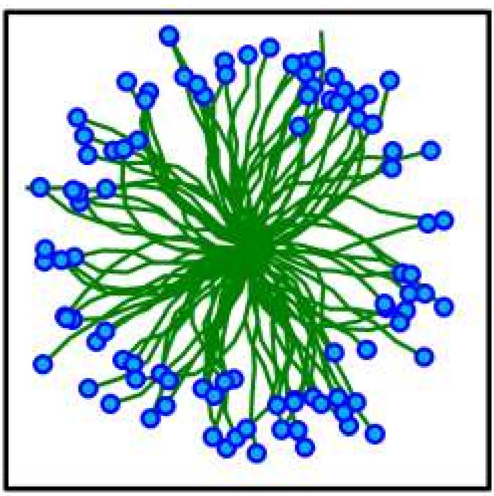
		Streubreite
Winkel	0,00	30,00
Länge	1,00	0,50

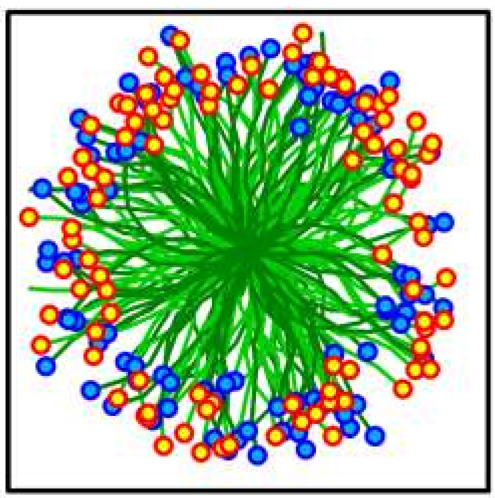
	Voran			
	Länge	Winkel		
1		4,88	0,00	0,00
	1,22	4,63	-0,10	-1,22
	1,17	4,75	-0,06	-2,39
	0,90	4,81	0,03	-3,29
	1,02	4,91	0,23	-4,29
	1,11	5,04	0,59	-5,34
	1,03	5,20	1,07	-6,25
	1,07	5,24	1,61	-7,17
	1,19	5,46	2,42	-8,05
	1,06	5,19	2,91	-8,99
2		6,14	0,00	0,00
	1,11	6,26	1,11	-0,03
	1,22	6,04	2,29	-0,32





Eine Ausweitung auf florale Motive drängt sich auf.





Die Datenspalte für die Blüten ergibt sich durch Übernahme der jeweiligen Endpunkte der Arme. Ein vorzugebender Anteil der Blumen wird in eine zweite Reihe übernommen.

Workshop „Fraktale“

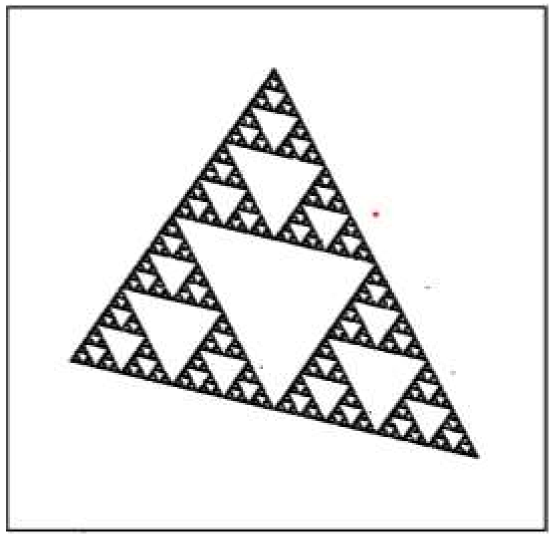
1. Sierpinski-Dreieck

Die Grundlage des Vorgehens besteht aus 3 Punkten und einem Teilungsverhältnis v. Zusätzlich muss ein Startpunkt S gewählt werden. Er erweist sich aber als belanglos.
S wird mit einem der drei Punkte verbunden, die Verbindungsstrecke wird im Verhältnis v geteilt. Das ergibt den nachfolgenden Punkt der Liste. Die Auswahl des jeweils als Ziel angesteuerten Eckpunktes ist zufallsgesteuert.

Teilverhältnis		v
1	1	0,50

Nr	Ecken	
1	1	3
2	9	1
3	5	9

Nr	Start		Ziel	
1	7	6	9	3
2	8,0000	4,5000	9	1
1	8,5000	2,7500	1	3
2	4,7500	2,8750	9	1
3	6,8750	1,9375	5	9
2	5,9375	5,4688	9	1



Dem zweispaltigen Bereich unter dem Kopf „Ecken“ wird der Name „Ecken“ zugewiesen. Dann kann man mit „=INDEX(Ecken;z;s)“ die Werte dieser Matrix in Zeile z und Spalte s abrufen. In der Spalte „Nr“ wird die (Zeilen-)Nummer des Zielpunkts als ganzzahlige Zufallszahl erzeugt. Die beiden Koordinaten des Zielpunkts – ausgewählt über die Spaltennummer – werden in den beiden Spalten unter „Ziel“ festgehalten.

Die Koordinaten der Punkte des Diagramms lassen sich dann abrufen mit der Funktion TeilP.
Der Block aus 5 Formeln in einer Zeile muss dann nur noch hinreichend oft nach unten kopiert werden.

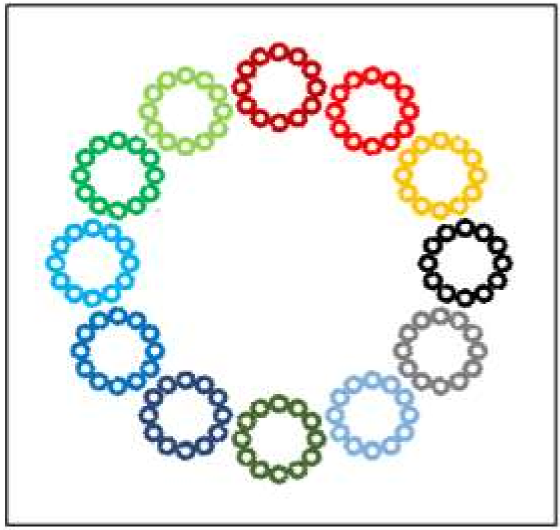
```
Function TeilP(A, B, v, st)
TeilP = A(st) + v * (B(st) - A(st))
End Function
```

2. Sierpinski-Konfigurationen

Eine Verallgemeinerung liegt nahe. Als erstes wird man die Liste der Zielpunkte erweitern. Wir entscheiden uns für die Ecken eines regelmäßigen Vielecks mit einer Eckenzahl bis 12.

Eckn	12	Teilverhältnis		v
rad	5	4	1	0,80
wink	Nr	Ecken		
0	1	5,0	0,0	
30	2	4,3	2,5	
60	3	2,5	4,3	
90	4	0,0	5,0	
120	5	-2,5	4,3	
150	6	-4,3	2,5	
180	7	-5,0	0,0	
210	8	-4,3	-2,5	
240	9	-2,5	-4,3	
270	10	0,0	-5,0	
300	11	2,5	-4,3	
330	12	4,3	-2,5	

Nr	Start		Ziel	
7	7	6	-5,0	0,0
11	-2,600	1,200	0,0	5,0
4	-0,520	4,240	-4,3	-2,5
8	-3,568	-1,152	5,0	0,0
1	3,286	-0,230	0,0	5,0
4	0,657	3,954	0,0	5,0

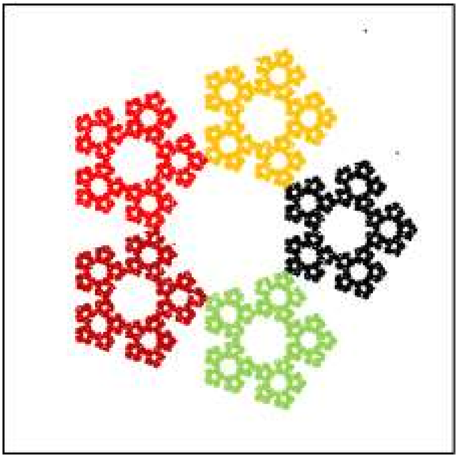


Die Einfärbung der Punkte in Abhängigkeit vom Zielpunkt erreicht man, in dem die Punktabszissen mit einer entsprechenden Bedingung in eigene Spalten übernimmt und damit weitere Datenreihen erzeugt.

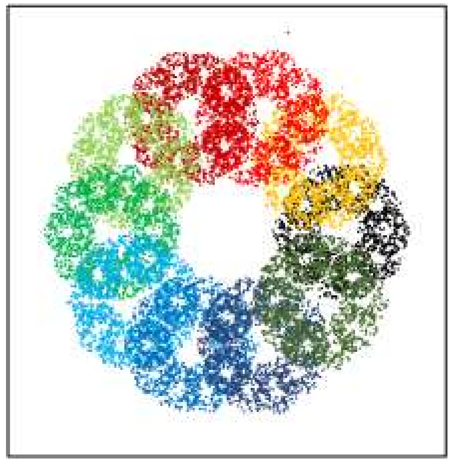
Die Zahl der Punkte liegt hier bei 20 000. Es empfiehlt sich, die instantane Neuberechnung sämtlicher Werte abzuschalten. Dazu stellt man im Menu „Formeln“ die Berechnungsoption „manuell“ ein. Die Neuberechnung des gesamten Blattes wird dann ausschließlich über die F9-Taste ausgelöst.

Durch Abänderung der Parameter erhält man etwa die folgenden Konstellationen:

5-eck mit v = 8:5

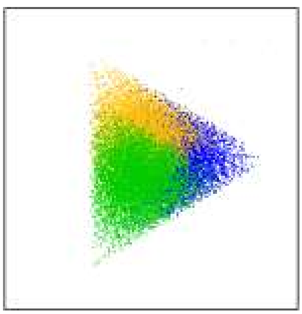


10-eck mit v = 5:3

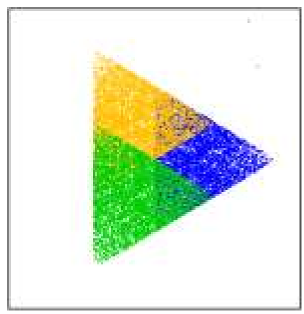


Einen Eindruck vom Einfluss des Teilungsverhältnisses bekommt man beim Dreieck:

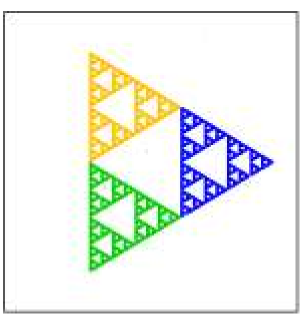
v = 1:4



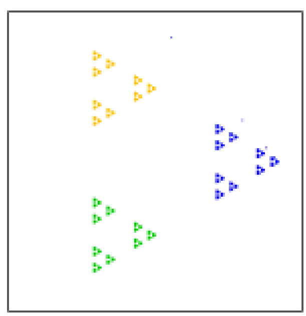
v = 1:2



……..v = 1:1



v = 2:1



3. Drachenkurve

Der Algorithmus zum Erzeugen einer Drachenkurve ist jedermann leicht zu vermitteln. Das Material für eine händische Umsetzung beschränkt sich auf einen schmalen Papierstreifen und einen Bogen Karopapier.

> **Programm Drachenkurve der Ordnung n**
> Lege den Streifen so vor dich hin, dass er von dir fort weist.
> Wiederhole n-mal:
>   Falte die obere Hälfte herunter auf die untere.
> Stelle den Streifen so auf eine Seitenkante, dass die Knicke rechte Winkel bilden.

Drachenkurven der Ordnung 1 bis 4 lassen sich auf diese Weise leicht erzeugen.
Den Verlauf überträgt man dann auf das Karopapier.
Bei der Umsetzung der Konstruktion auf den Computer greifen wir zurück auf das Pendant der Drachenfolge:

> **Programm Drachenfolge der Ordnung n**
> Drachenfolge der Ordnung 1 ist der Buchstabe L
> Die Drachen der Ordnung n setzt sich zusammen aus
>   der Drachenfolge der Ordnung n-1
>   dem Buchstaben L,
>   der Umkehrung der Drachenfolge der Ordnung n-1.

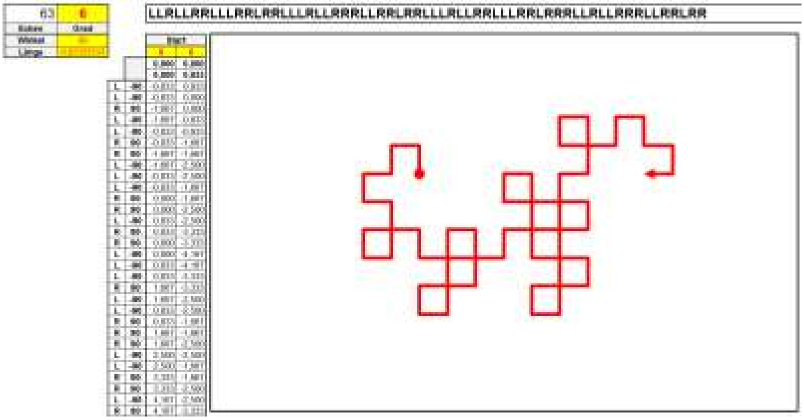
Eine Drachenfolge der Ordnung n lässt sich als Zeichenkette rekursiv erzeugen.
Dabei wird zurückgegriffen auf eine Funktion zur Umkehrung einer Zeichenkette.

```
Function Drachenfolge(n)
If n = 1 Then
Drachenfolge = "L"
Else
drf = Drachenfolge(n - 1)
drf = drf & "L" & invers(Drachenfolge(n - 1))
End If
Drachenfolge = drf
End Function
```

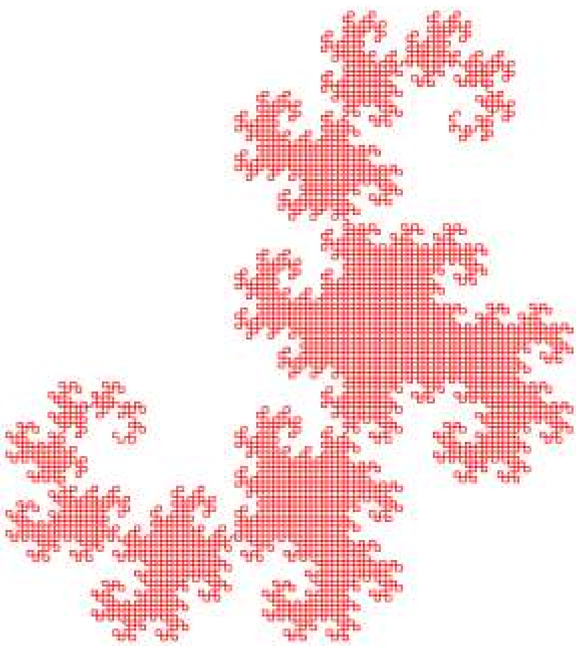
```
Function invers(text)
l = Len(text)
For k = 1 To l
If Mid(text, l + 1 - k, 1) = "R" Then
Mid(text, k, 1) = "L"
Else: Mid(text, k, 1) = "R"
End If
Next k
invers = text
End Function
```

Die R’s und L’s dieser Folge steuern dann die Richtungsänderungen eines Streckenzugs.

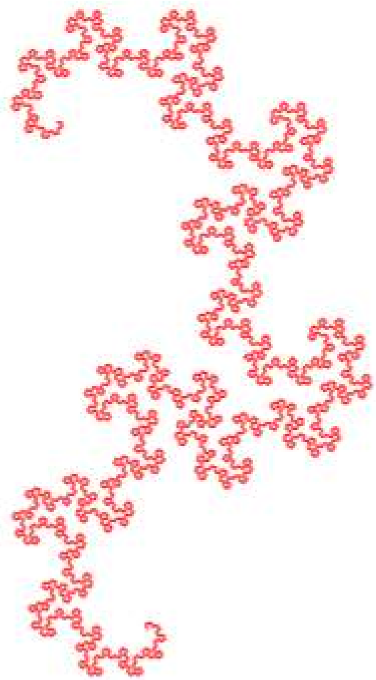
Die Drachenkurve der Ordnung 6 umfasst 63 Wendungen:



Bei der Drachenkurve der Ordnung 14 kommt man auf 8191 Ecken.



Der Winkel für die Richtungsänderung muss kein rechter sein:
Drachenkurve der Ordnung 11 zum Winkel 100°. (2047 Wendungen)

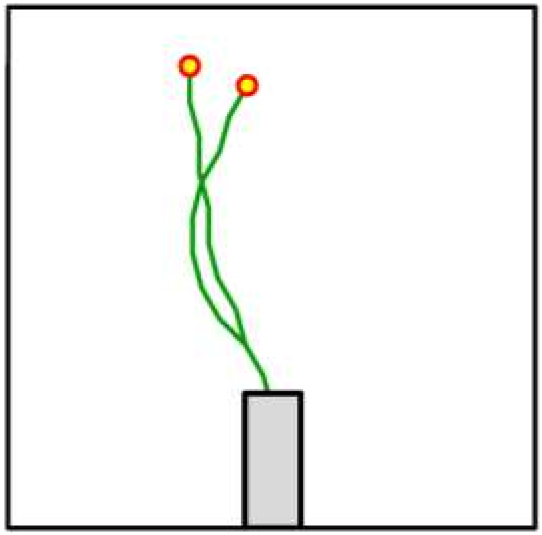


4. Fraktal-Sträuße

mod		Winkel	15
10		Länge	1,20

	Nr	Winkel	Länge	Stengel	
331	1			0,00	0,00
		1,57	1,20	0,00	1,20
1	1	1,83	1,20	-0,31	2,36
1	1	2,09	1,20	-0,91	3,40
0	-1	1,83	1,20	-1,22	4,56
1	1	2,09	1,20	-1,82	5,60
0	-1	1,83	1,20	-2,13	6,76
0	-1	1,57	1,20	-2,13	7,96
1	1	1,83	1,20	-2,44	9,11
0	-1	1,57	1,20	-2,44	10,31
1	1	1,83	1,20	-2,75	11,47
0	-1	1,57	1,20	-2,75	12,67

263	2			0,00	0,00
		1,57	1,20	0,00	1,20
1	1	1,83	1,20	-0,31	2,36



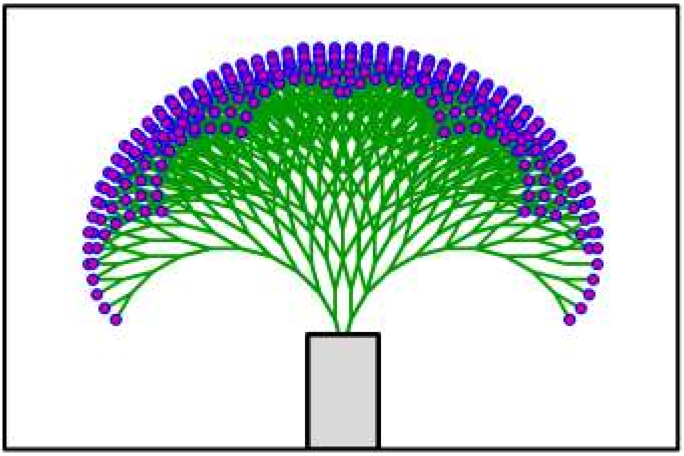
Bei einem Zweig eines fraktalen Straußes erfolgt die Steuerung der Richtungsänderungen über die Nullen und Einsen der Dualdarstellung einer Zufallszahl, im vorliegenden Fall einer Zahl unter 2^{10}. Die Nullen und Einsen werden umgesetzt in die Werte -1 und +1. Die Multiplikation mit dem vorgegebenen Winkel ergibt jeweils die Richtungsänderung des Streckenzugs. Die aktuelle Richtung ergibt sich dann aus der Kumulation der Richtungsänderungen aus der Startrichtung 90°.

Kopieren des zugehörigen Bereichs führt zu einem zweiten Stängel.
In einer zusätzlichen Spalte wird die jeweils letzte Stängel-Abszisse übernommen. Sie ergibt die zweite Spalte der Blüten-Reihe.

Die Makro-Funktion zur Umstellung der Dezimaldarstellung einer Zahl ist auch für andere Basen als 2 gedacht.

```
Function Dualdarst(n, stelle)
Application.Volatile
Dim zif(20)
basis = 2
bis% = Log(n) / Log(basis)
rest = n
k = bis
Do
test = basis ^ k
teil = Int(rest / test)
rest = rest - test * teil
zif(k) = teil
k = k - 1
Loop Until rest < 1
Dualdarst = zif(stelle - 1)
End Function
```

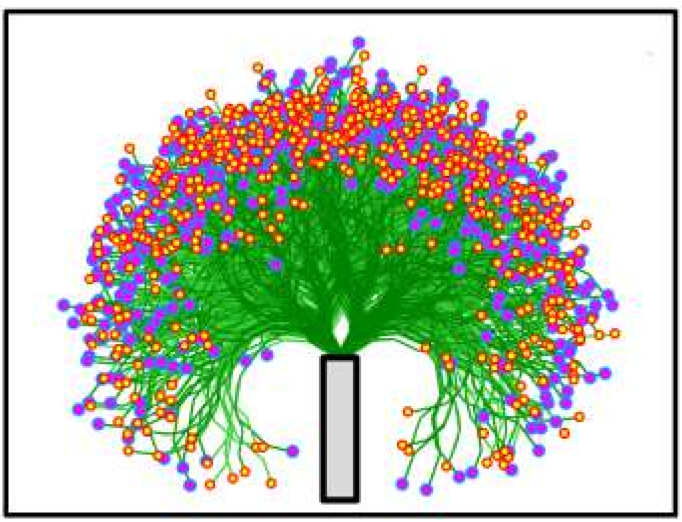
Um einen Strauß zu erhalten, braucht man mehr Blumen. Die verschafft man sich über Kopien des Bereichs der zweiten Blume. Im vorliegenden Fall gibt es sogar einen vollständigen Strauß, einen der genau alle in dieser Form erzeugbaren Blumen umfasst, nämlich 1024. Um ihn zu erhalten, nehmen wir als Zufallszahl die Nummer der Blume.



Das sieht noch sehr mathematisch-konstruiert aus.
Abhilfe schafft eine Randomisierung der Längen und der Richtungen der Elemente über multiplikative oder additive Streuparameter.

		Streu	
Winkel	30	fak	60%
Länge	1,20	add	0,60

Zudem kann man – zufallsgesteuert – Blumen in eine Vordergrundreihe übernehmen.

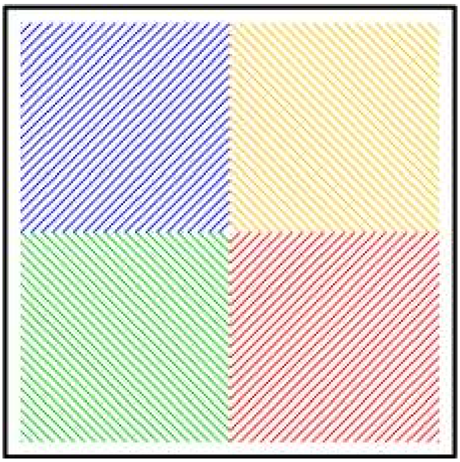


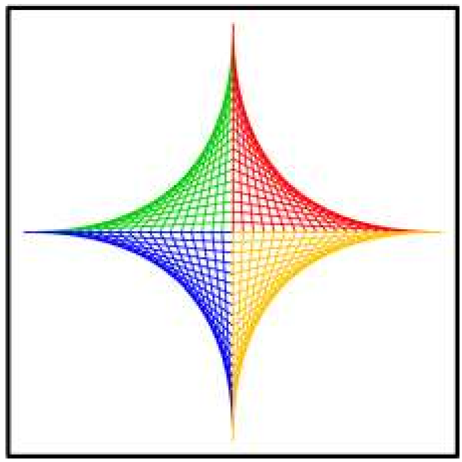
Workshop „Projekt Mikado“

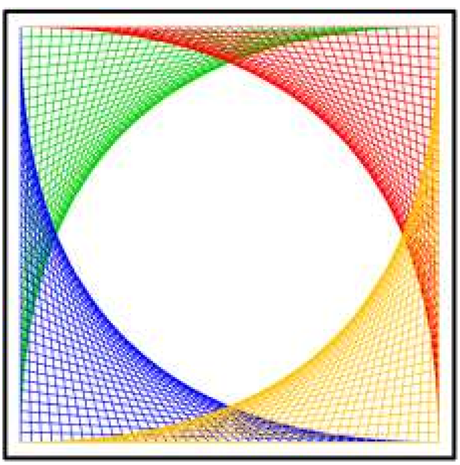
1. Fadenbilder

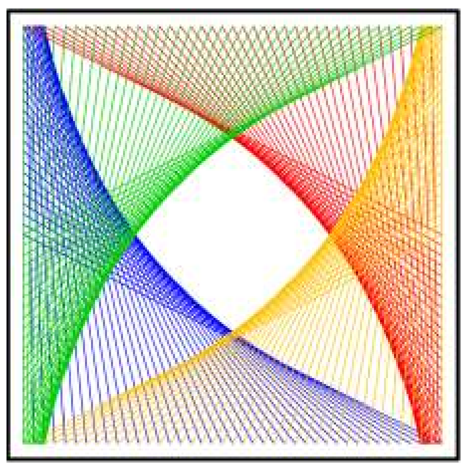
Grundlage für ein Fadenbild ist eine Schar paralleler Strecken. Die Anfangspunkte liegen äquidistant auf der Rechtsachse im Bereich [0;10], die Endpunkt entsprechend auf der Hochachse. Durch Spiegelung an den Achsen wird diese Konfiguration vervielfältigt, die Spiegelbilder werden neu eingefärbt.
Einfache Änderungen der Parameter „Startpunkt“ und „Schrittweite“ führen auf andere bekannte – an die Asteroide angelehnte – Konstellationen.

6



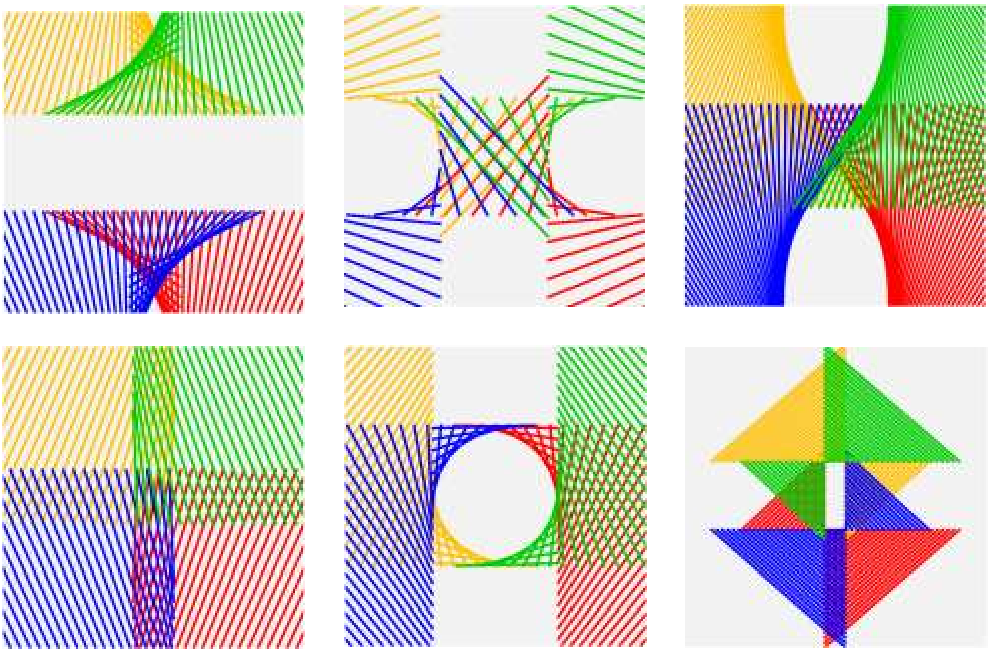






2. Mikado

Um die Vielfalt der Möglichkeiten auszutesten liegt es nahe, Startpunkt – Abszisse wir Ordinate – wie auch die Schrittweite einschließlich der Richtung dem Zufalls zu überlassen.
Bei den folgenden Konstellationen sind jeweils die Abszisse des Startpunkts und die Ordinate des Zielpunkts ein fester Zufallswert im Bereich [-5;5]. Die andere Koordinate variiert jeweils im Bereich [-8;8]. Die Inkremente variieren unabhängig voneinander im Bereich [0.2; 2]. Die Funktion streu(wert, breite) steht dafür bereit.



Die Kompetenz, die hier gefordert ist, beschränkt sich auf das Zeichnen von Strecken durch Festlegung von Anfangs- und Endpunkt sowie das Inkrementieren von Werten. Eine erste einfache Grafik ist auf Knopfdruck abrufbar. Erfolge sind also in jeder Phase leicht absehbar. Insofern eignet sich das Projekt auch für untere Klassenstufen. Zur Vorführung an einem Projekttag – per Beamer in einem abgedunkelten Raum – liegt es nahe, den Wechsel zu automatisieren. Das leistet ein Makro:

```
Sub demo()
For n = 1 To [bis]
[zaehl] = n
Calculate
Start = Timer
   dauer = 0
   While dauer < 5
   dauer = Timer - Start
   Wend
Next n
End Sub
```

Auch Farbwechsel lassen sich einbauen. Bei Musik-Begleitung ergibt sich eine meditative mathematische Installation.