

Modellieren von Knoten aus kongruenten Prismenstücken

Claudia Lassbacher

November 2015

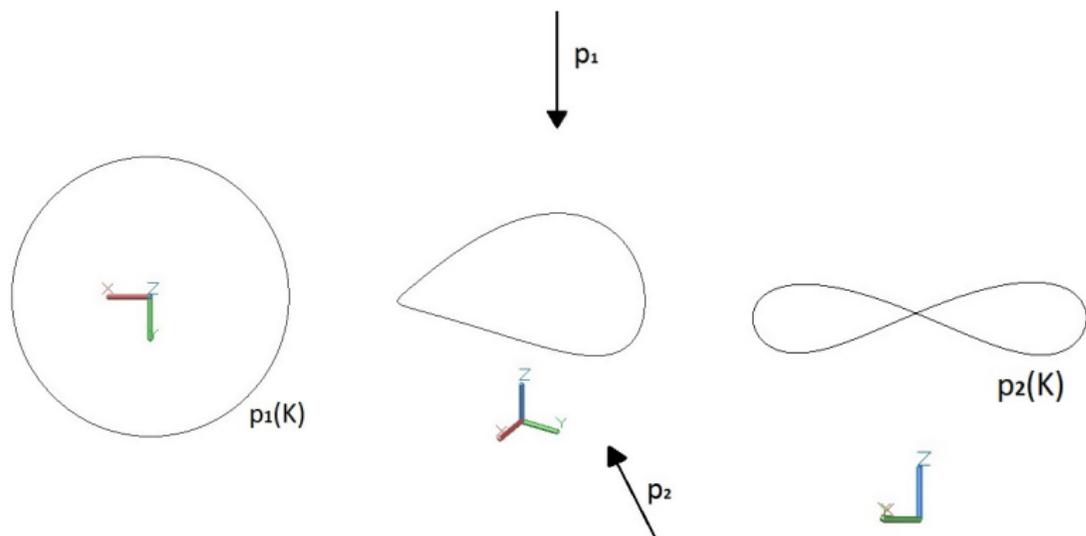
Inhaltsverzeichnis

- 1 Knotentheorie
 - Grundlagen
 - Elementare Bewegung
 - Reidemeister-Bewegung
- 2 Knoten aus kongruenten Prismenstücken
 - Kanten eines Würfels als Grundlage
 - Brücken als allgemeine Lösung
 - Kanten eines Oktaeders als Grundlage
 - Brücken für Knoten entlang Oktaederkanten

Grundlagen

- Knoten K im \mathbb{R}^3 : eine geschlossene Raumkurve der Klasse C^1 , keine Doppelpunkte, an endlich vielen Stellen C^0
- Knotendiagramm oder Projektion: reguläre Projektion p des Knotens K in die Bildebene π

verschiedene Projektionen

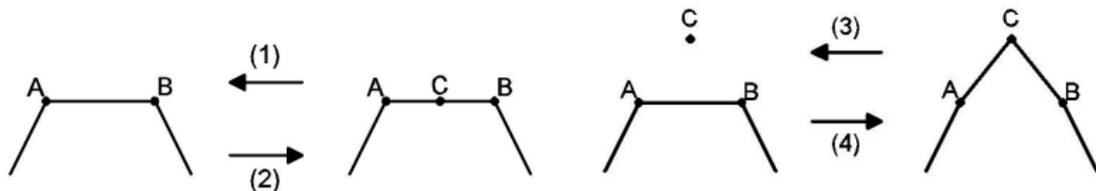


Fragestellungen

- Wie kann festgestellt werden, dass zwei Knoten im \mathbb{R}^3 äquivalent sind?
 - Elementare Bewegung
- Wie kann festgestellt werden, dass zwei reguläre Projektionen vom selben Knoten stammen?
 - Reidemeister-Bewegung

Elementare Bewegung

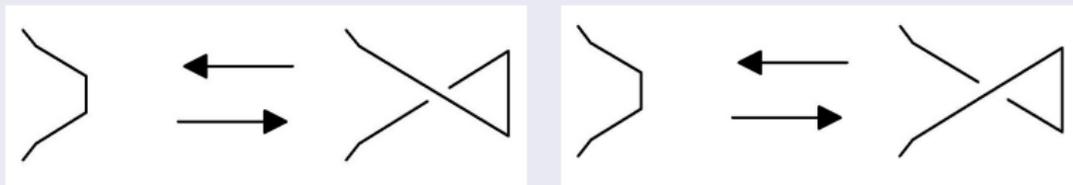
- äquivalente Knoten: durch stetige Verformung ineinander übergeführt



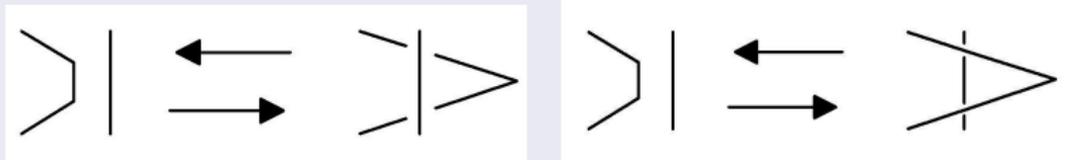
Reidemeister-Bewegung

- äquivalente Projektionen: durch wiederholtes Anwenden von Reidemeister-Bewegungen ineinander übergeführt

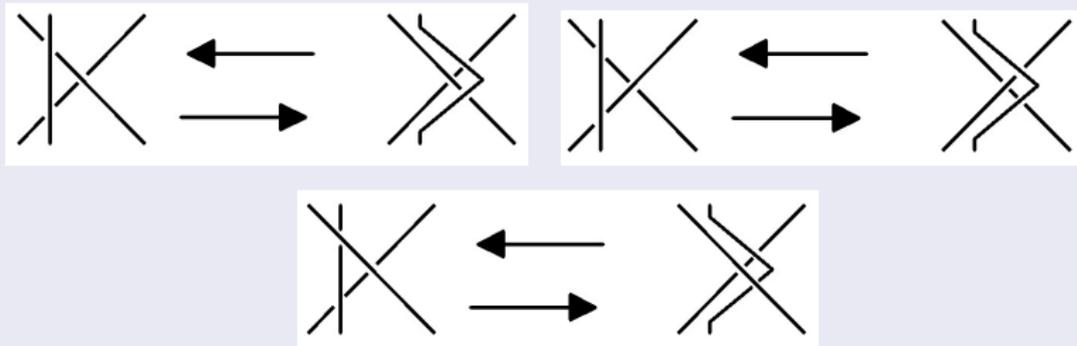
Reidemeister-Bewegung Ω_1



Reidemeister-Bewegung Ω_2



Reidemeister-Bewegung Ω_3



- äquivalente Knoten \Leftrightarrow äquivalente Projektionen

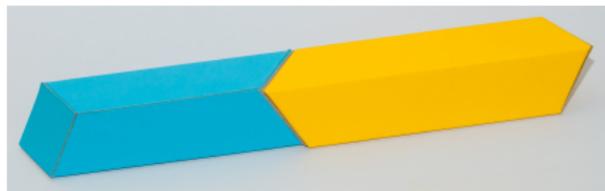
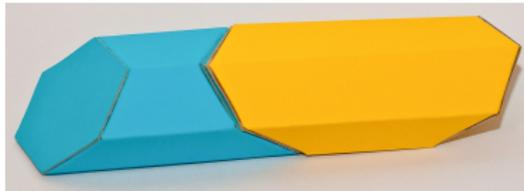
Alternative die Verschiedenheit zweier Knoten festzustellen:

- Jones-Polynom

Ist es möglich, einen beliebigen räumlichen Knoten durch Kopieren eines kongruenten Elements zu erzeugen?

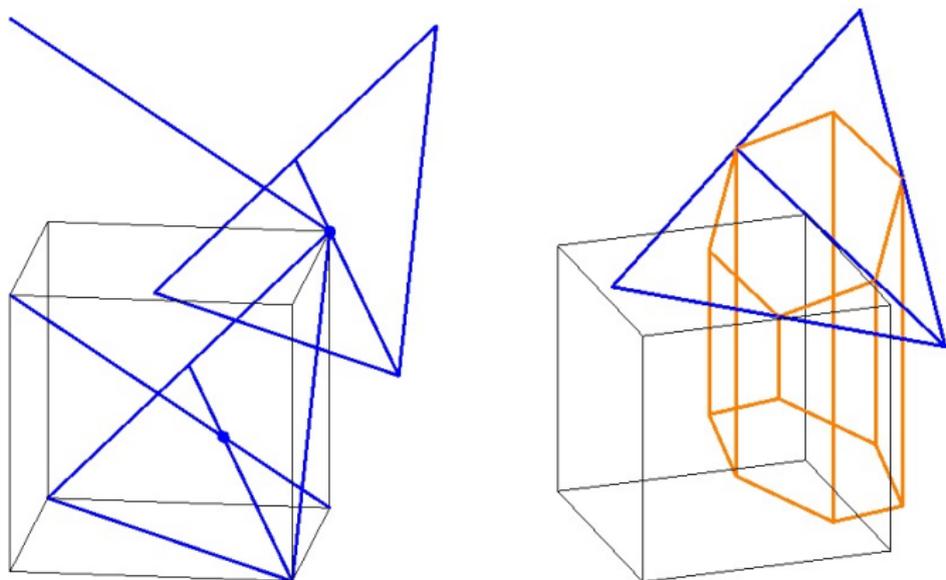
Prismenstücke:

- symmetrisch bezüglich des Normalschnitts
- Gehrungsschnitte reguläre k -Ecke

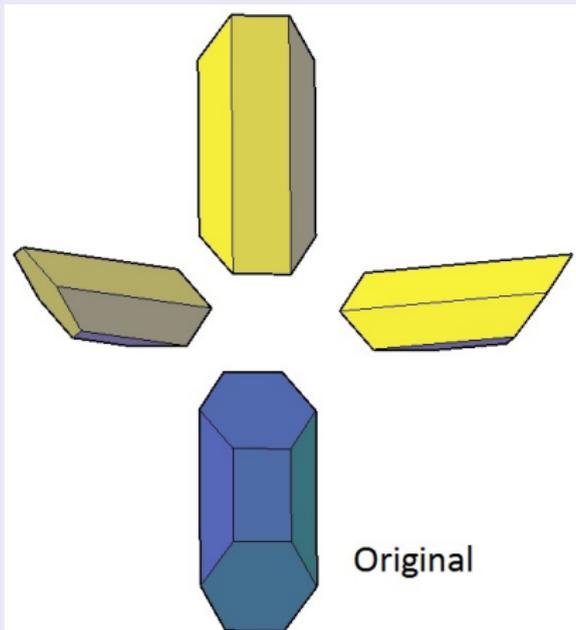


Kann ein vorgegebenen Knoten mit geeigneter Wahl des Prismenstücks modelliert werden, sodass ein geschlossener Zug entsteht?

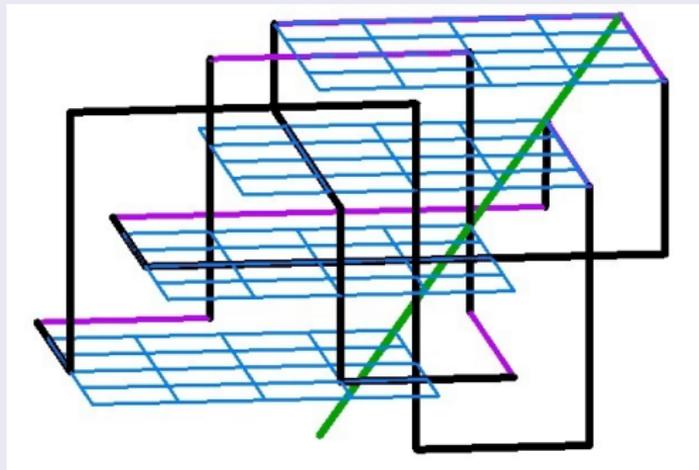
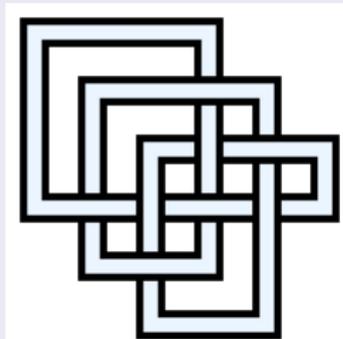
Kanten eines Würfels als Grundlage für das Prismenstück

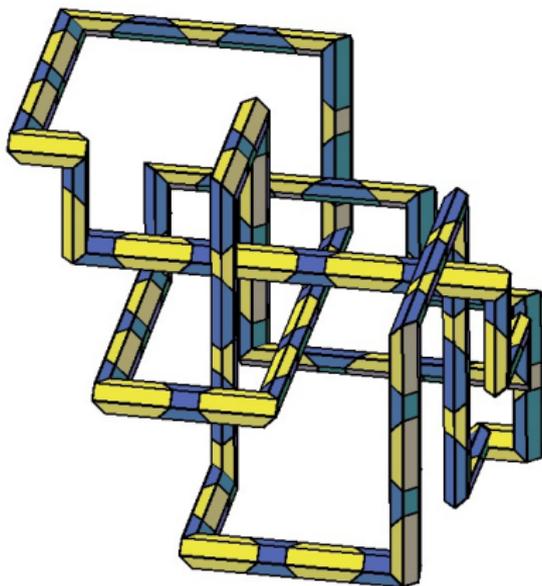


Drei Positionen des Prismenstücks



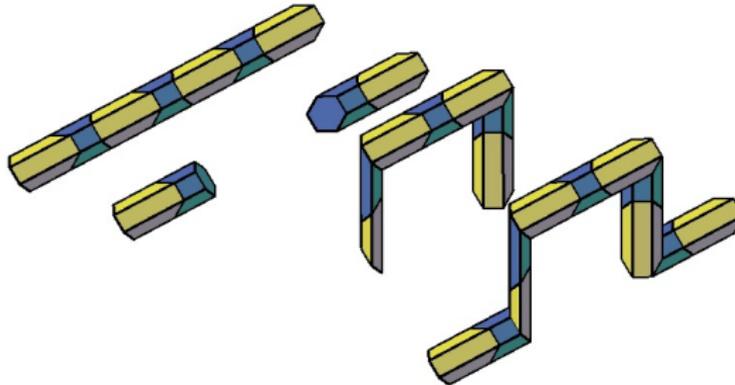
Ausgangsmodell mit Pfad



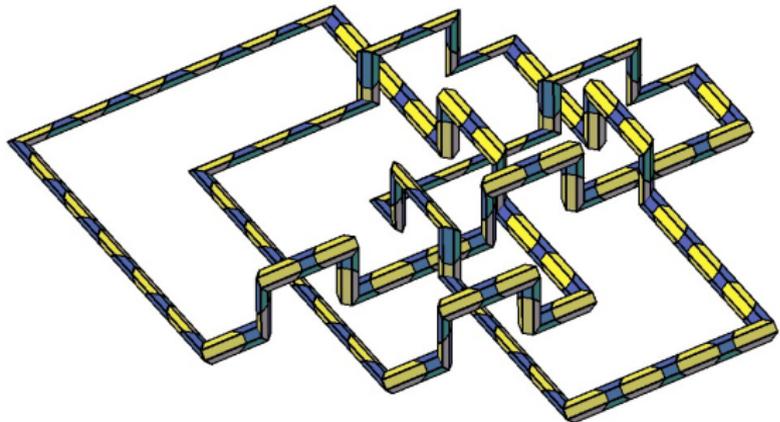
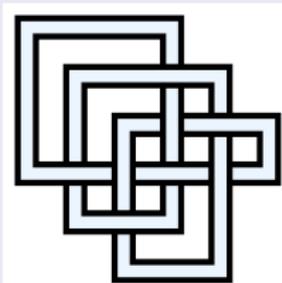


Brücken als allgemeine Lösung

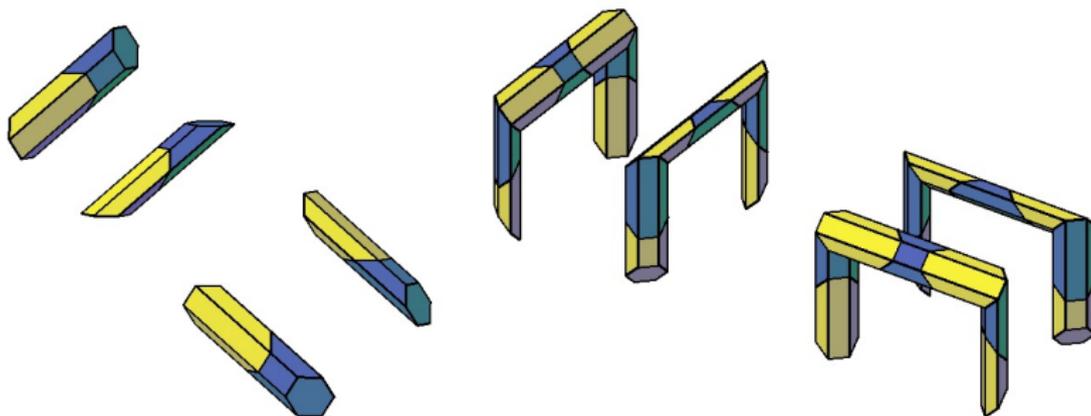
Konstruktion der Brücke



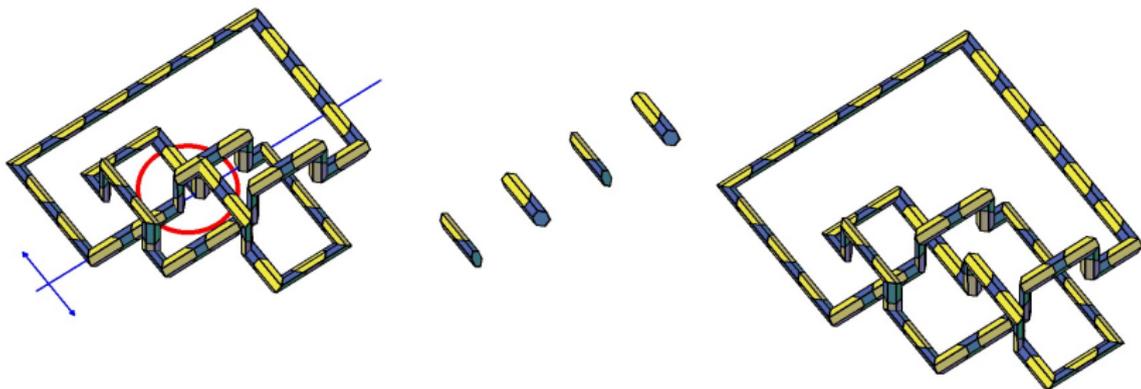
Anwendung der Brücken



Module



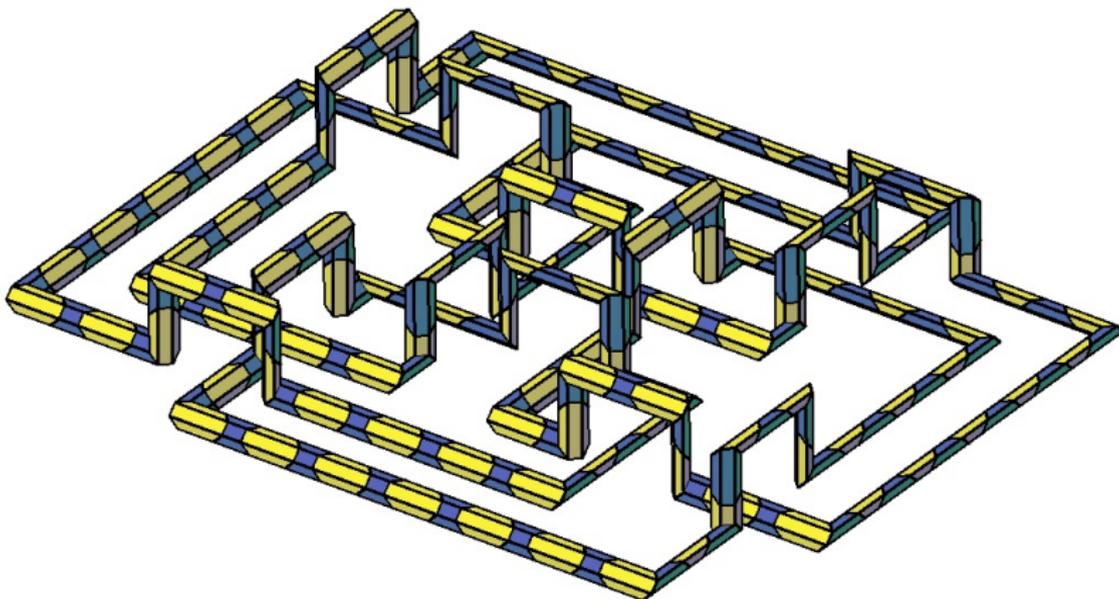
Überschneidungen



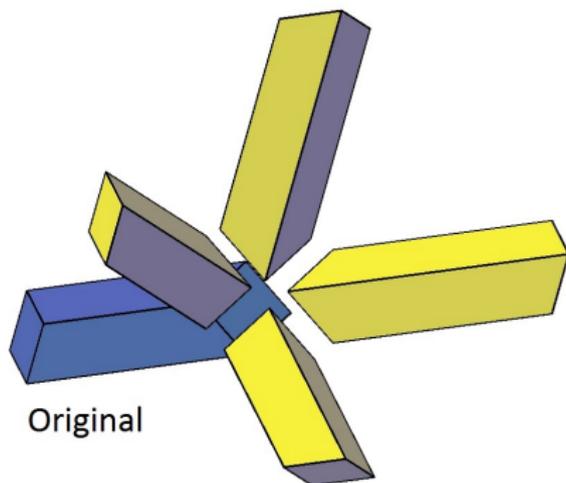
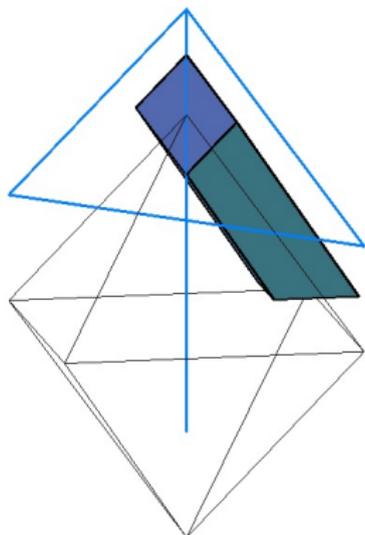
Algorithmus: Geg: Knotenprojektion Ges: Knoten aus kongruenten Prismenstücken

- Knoten in Ebene auf ein Quadratnetz ausrichten
- Nachbildung des Knotens durch die Module
- Kreuzungen mit Brücken auflösen
- Überschneidungen durch Einsatz von Paaren von Zusatzstücken auflösen

Ergebnis: Jeder Knoten kann so aus seinen Projektionen nachgebildet werden

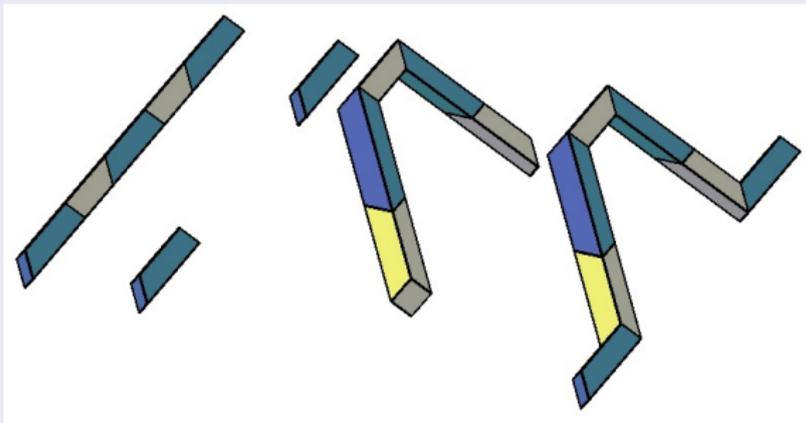


Kanten eines Oktaeders als Grundlage

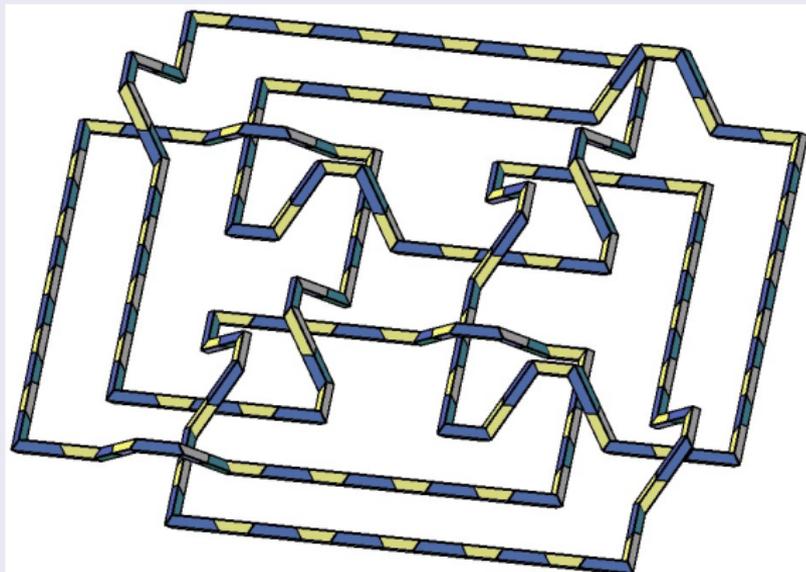
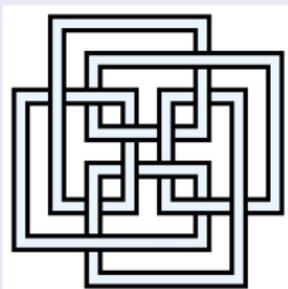


Brücken für Knoten entlang Oktaederkanten

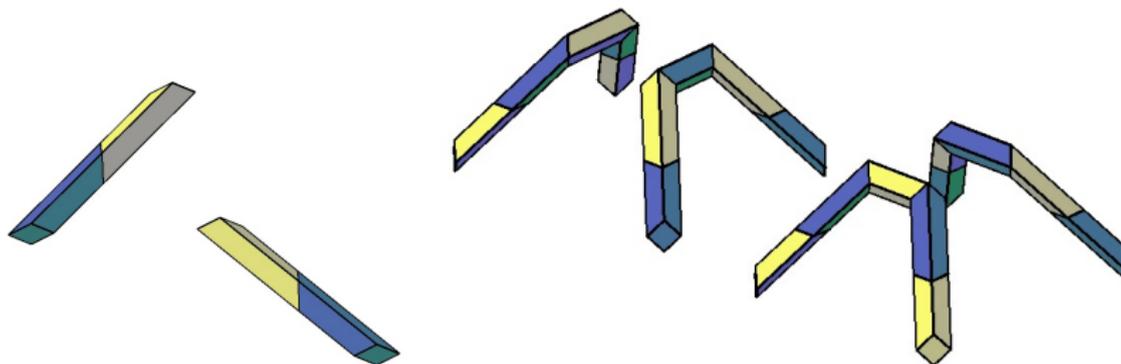
Konstruktion der Brücke



Anwendung der Brücke



Module



Danke für die Aufmerksamkeit!

