

Über die Qualität räumlicher Abbildungen in Schulbüchern

Kurzvortrag zur Diplomarbeit
aus Mathematik (Lehramt)

Universität Innsbruck
Institut für Grundlagen der Technischen Wissenschaften

Betreuer: Prof. Hans-Peter Schröcker

Überblick und Motivation

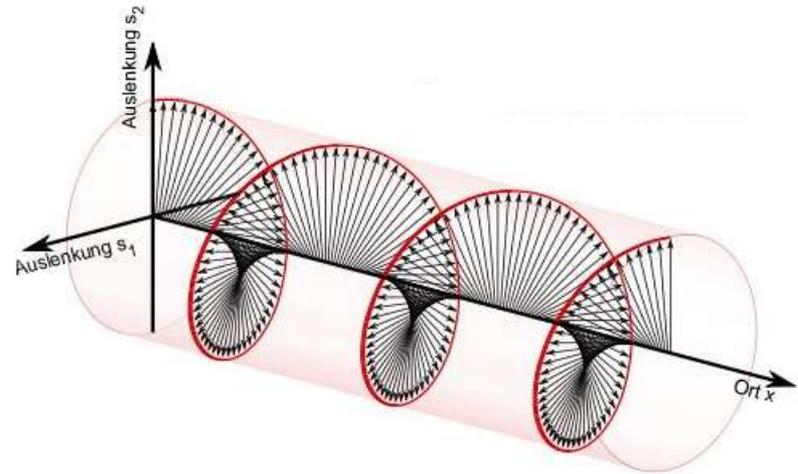
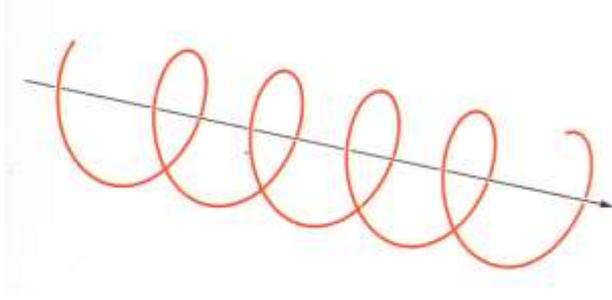
- Qualität von Abbildungen in Schulbüchern ist überraschend junges Forschungsfeld!
- Bisher Arbeiten nur in Chemie- und Physikdidaktik
 - alle Abbildungen pro Buch untersucht, keine Spezialisierung (vgl. Otto, Dinkel (Uni Bayreuth), Strahl (Uni Braunschweig))
 - **Mathematik: keine „Vorarbeiten“ bekannt!**
- Untersuchung der Qualität speziell geometrischer Abbildungen ist reizvoll, weil:
 - Beurteilung der fachlichen Korrektheit konträr zu den Naturwissenschaften (Projektionsmethode wichtig!)
 - Typische Mängel in Abbildungen sind ebenso verschieden

ein Beispiel dazu:



Für die Physikdidaktik u.a. wichtig: Verbesserung der Darstellung von Prozessen bzw. hier Legenden
Dargestellt: Prinzip der resultierenden Kraft (links: Original, rechts: Verbesserung durch A. Strahl et al.)

ein Beispiel dazu:



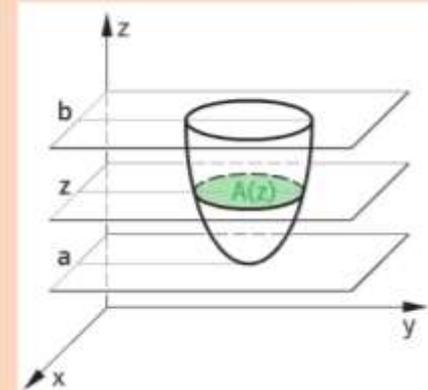
Für die Geometriedidaktik wichtig: Vorwiegend Verbesserung des Bilds einer Projektion einer Raumsituation *an sich*.

Dargestellt: Zirkulare Polarisation (links: Original, rechts: Verbesserungsvorschlag aus der hier vorgestellten Arbeit)

ein weiterer, typischer Fehler:

Satz Es sei K ein Körper und $A(z)$ der Inhalt der Querschnittsfläche in der Höhe z (mit $a \leq z \leq b$). Falls die Querschnittsflächenfunktion A stetig ist, gilt für das Volumen $V(K)$ des Körpers:

$$V(K) = \int_a^b A(z) dz$$



- Achsenkreuz im Frontalriss, aber der Rotationskörper erscheint unter Normalprojektion! Kann nicht zusammenpassen.
- Die Frage, ob dies das Verständnis des Integrierens erschwert, sei dahingestellt. Die Abbildung ist fachlich falsch, aber didaktisch (auf ihren Zweck reduziert) „in Ordnung“
- Interessant: 3 Seiten später befindet sich eine Abbildung, wo die Ellipse tatsächlich korrekt (schräg) dargestellt ist (verschiedene Autoren?).

Beurteilungskriterien

Kategorie:
Bildunterschrift
(B.)

- Keine Mängel
- B. fehlt
- B. mangelhaft
- B. unpassend / falsch
- B. nicht erforderlich

Kategorie:
Beschriftung
(Bs.)

- Keine Mängel
- Bs. fehlt
- Bs. ist mangelhaft

Kategorie:
Fließtext-Bezug
(T.)

- Keine Mängel
- ohne Verweis
- fehlt

Kategorie:
Didaktische
Qualität (D.)

- Keine Mängel
- D. unpassend
- D. zweifelhaft

- Beachtung der „Wahrnehmungsgesetze“

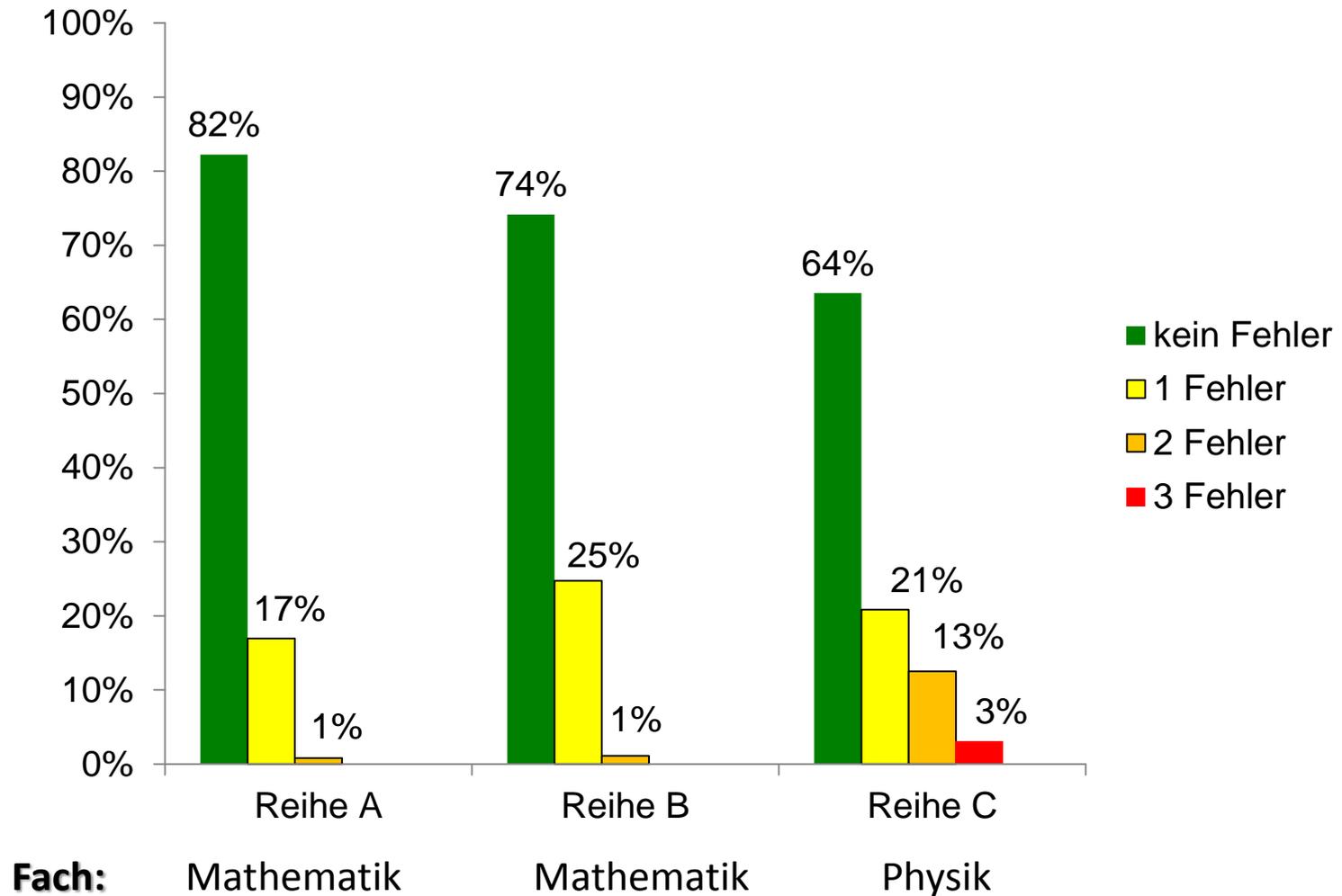
Kategorie: Fachliche Korrektheit (F.)

Kategorie: Zweckmäßigkeit (Z.)

Untersuchte Schulbücher

- Anonymisiert!
- 3 Schulbuchreihen (je 4 Bücher):
 - Reihe A: Mathematik Unterstufe (124 Abbn.)
 - Reihe B: Mathematik Oberstufe (89 Abbn.)
 - Reihe C: Physik Oberstufe (96 Abbn.)
- Der Geometrie zuzuordnen: Ca. 10% aller Abbildungen
- Insgesamt: 309 Abbildungen untersucht

Ergebnisse: Fehlerhäufigkeit



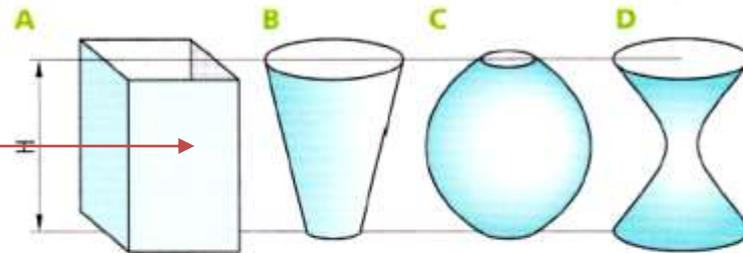
Ergebnisse: nach Bewertungskriterien

- Angaben: hier nur Prozentsätze der Mängel
- Mängel bei „Bildunterschrift“:
 - Reihe A: 1,6%, Reihe B: 6,7%, Reihe C: 12,5%
- Mängel bei „Fließtext-Bezug“:
 - Reihen A und B: keine Mängel, Reihe C: 20,8%
- Mängel bei „Didaktische Qualität“:
 - Reihe A: 16,1%, Reihe B: 18,0%, Reihe C: 25,0%
- Fachlich falsch:
 - Reihe A: 1,6%, Reihe B: 2,3%, Reihe C: 9,3%
- Zweckmäßigkeit: keine signifikanten Mängel
- **Wer „jammert“, muss auch etwas verbessern!**

Verbesserungsvorschläge

Water is poured at a constant rate into four containers of diameter d and height H . After T seconds each of the containers is filled.

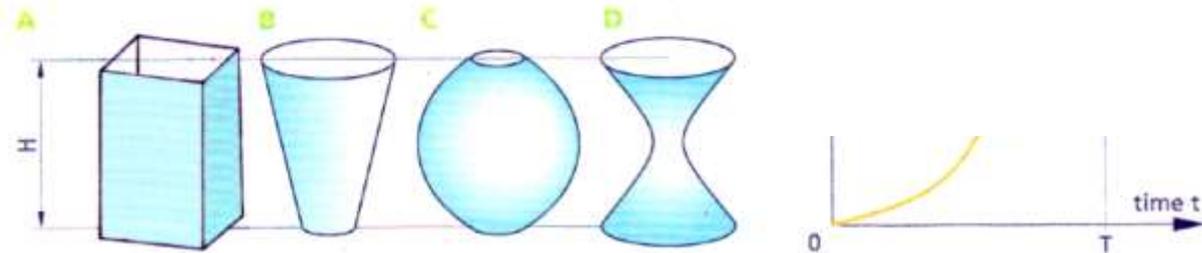
- 1) Draw a graph that shows the rise of the water-level h in
- 2) For one of these containers this is shown in the picture



inkonsistent

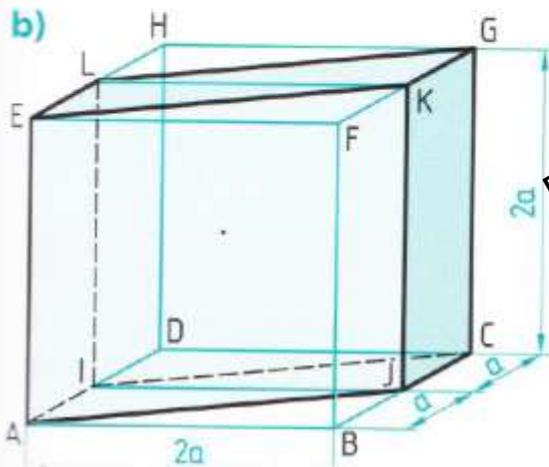
Water is poured at a constant rate into four containers of diameter d and height H . After T seconds each of the containers is filled.

- 1) Draw a graph that shows the rise of the water-level h in
- 2) For one of these containers this is shown in the picture

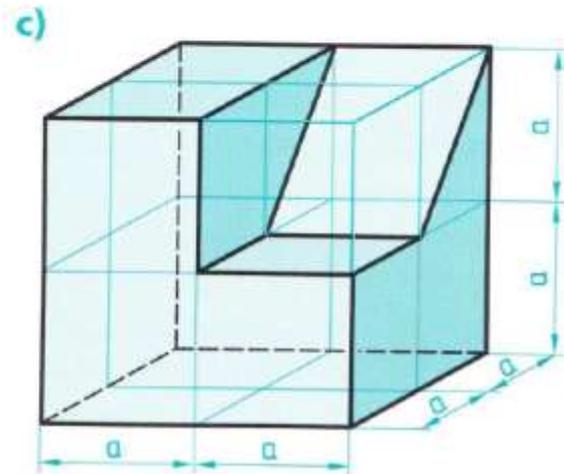
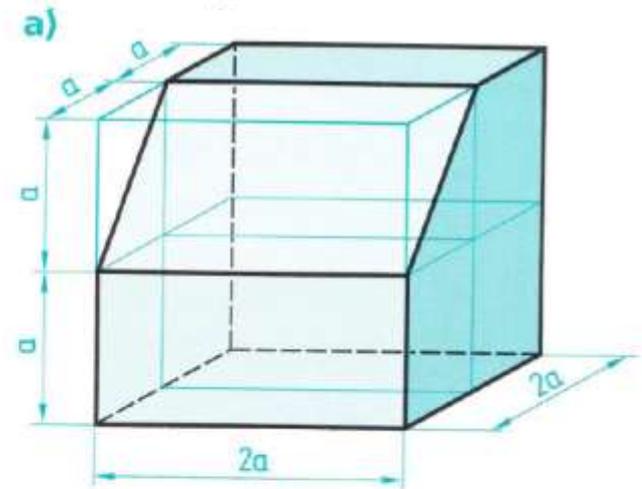


Verbesserungsvorschläge

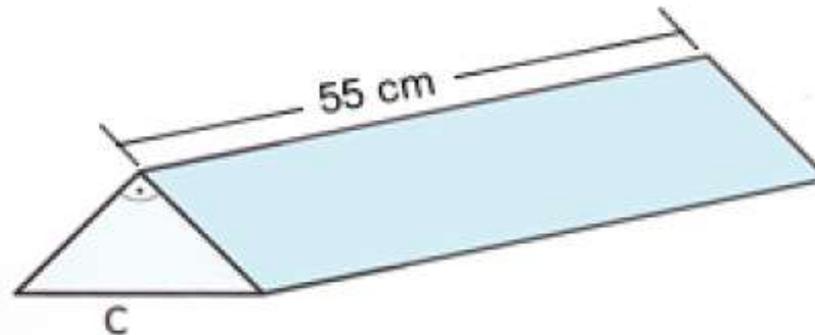
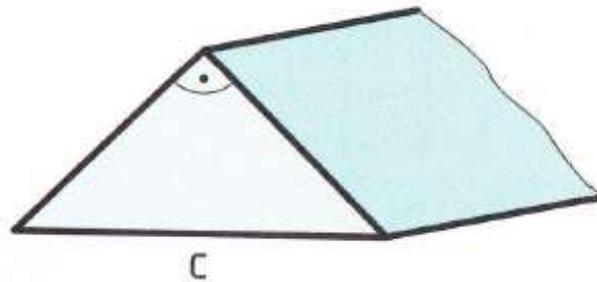
Aus einem Würfel mit der Kantenlänge $2a$ wurde ein Prisma herausgeschnitten.
Drücke **1)** Rauminhalt und **2)** Oberfläche des entstandenen Körpers mit Hilfe von a aus!



Buchstaben entfernen

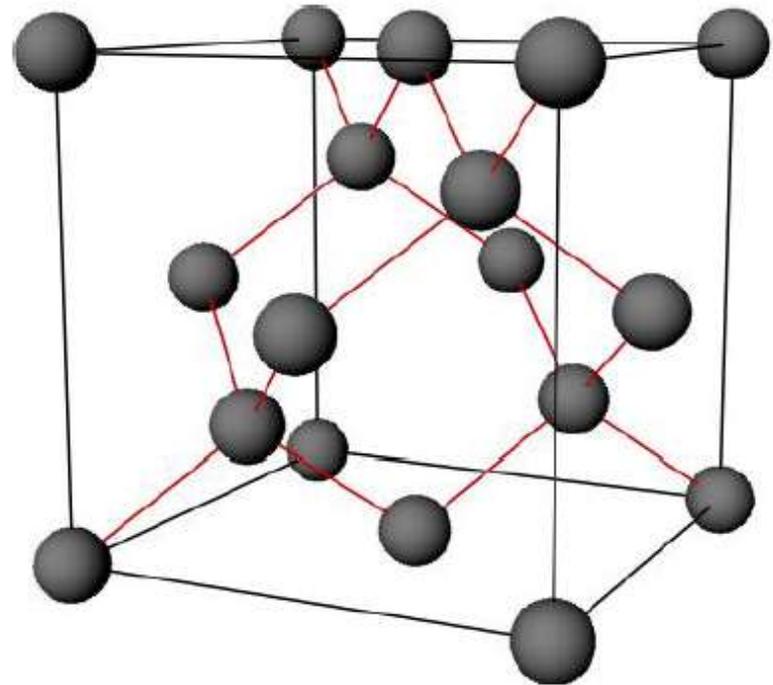
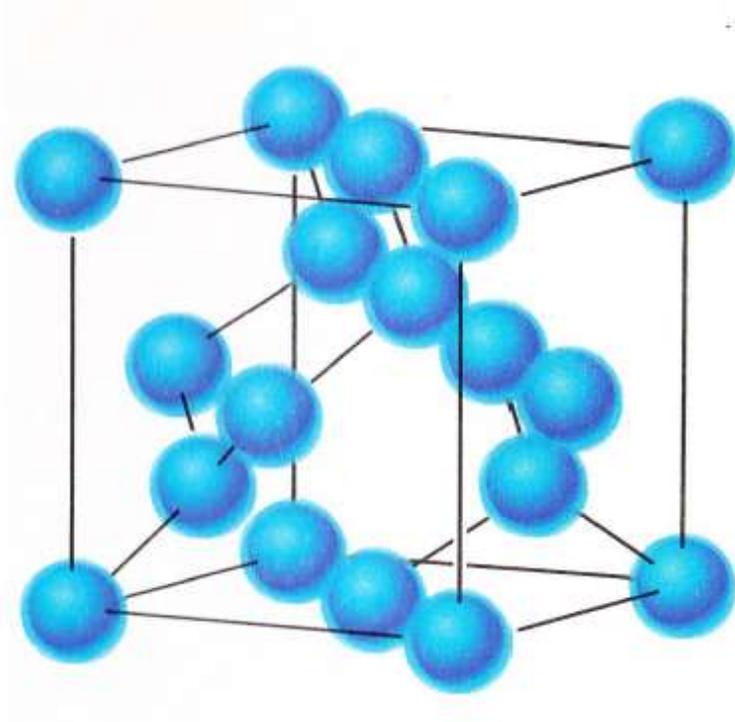


Verbesserungsvorschläge

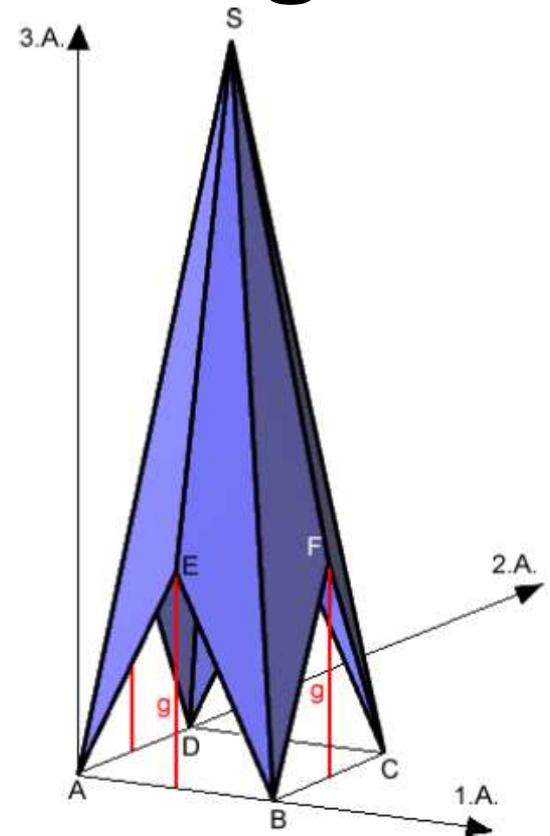
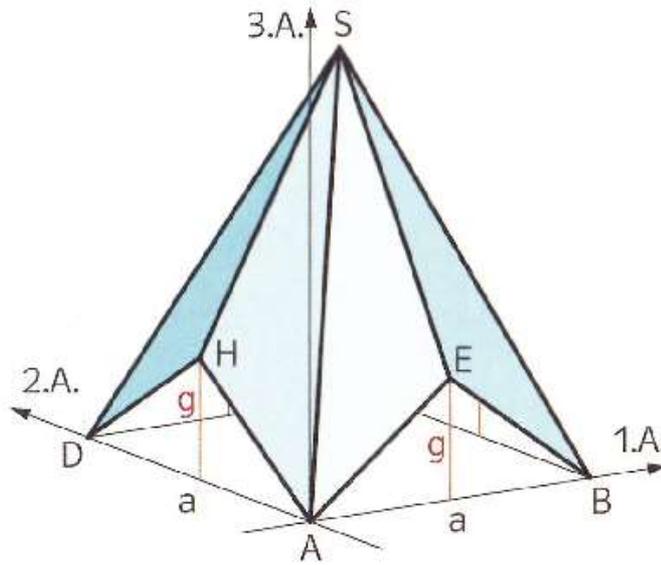


„Ein 55 cm langer Dreikant aus Stahl ($\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$) hat als Querschnitt ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck mit der Hypotenusenlänge c .
Berechne 1) das Volumen, 2) die Masse!“

Verbesserungsvorschläge

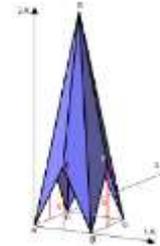
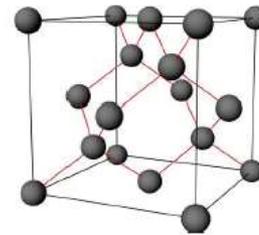
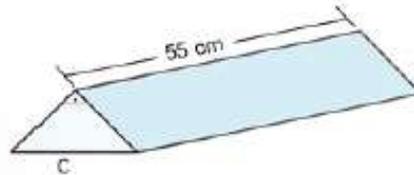
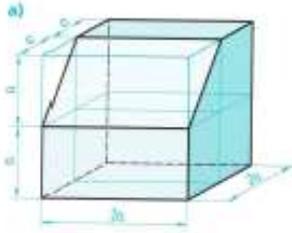


Verbesserungsvorschläge



„Gegeben ist eine regelmäßige quadratische Pyramide $ABCD S$ mit der Grundkantenlänge $a = 8$ und der Höhe $h = 27$. Zieht man an jeder der vier Grundkanten dieser Pyramide ein gleichschenkliges, lotrechtes Dreieck der Höhe $g = 8$ hinauf, so entsteht der abgebildete Turmhelm.“

Testung der Vorschläge



- Nur kleine Stichprobe (54 Schüler/innen)
- Schulstufe: 9 (5. Klasse)
- Von den Probanden wurde kein Vergleich zwischen Originalabbildung und Verbesserung verlangt (vgl. Arbeiten aus Chemie und Physik [Otto, Dinkel, Strahl]).
- Sondern: 2 Fragebögen, Originale und Verbesserungen vermischt mit dazugehöriger Aufgabe (4 oben gezeigte Abbildungen)

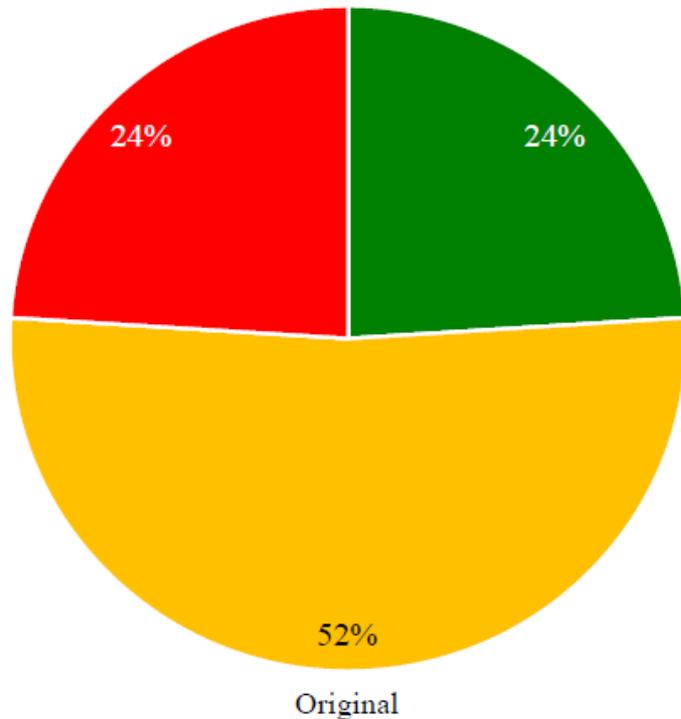
Testung der Vorschläge

- Nur bei der 3. getesteten Abbildung (Diamantgitter) gab es signifikant weniger Fehler seitens der Probanden!
- Verbesserungsvorschläge wurden ansonsten bis auf eine Ausnahme von den Probanden positiv angenommen.
- Ausnahme: Aufgabe mit dem Dreikant

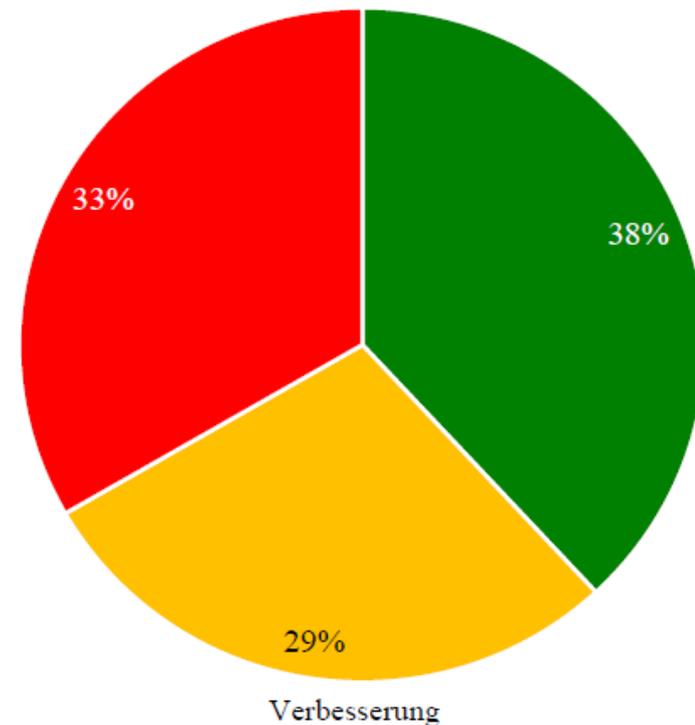
Testung der Vorschläge

Ein bemerkenswertes Teilergebnis: Antworten zu Abb. 4 (Kirchturm):

Abbildung 4



- vollständig nachvollziehbar
- teils nachvollziehbar
- nicht nachvollziehbar



Fazit

- Verbesserungen, die in der Praxis Nutzen bringen, sind schwierig zu erstellen.
- Räumliches Denken kann nicht allein durch Abbildungen geschult werden!
- Was ohnehin klar ist, hat sich bestätigt: Verständliche Aufgabentexte, reale Modelle (auch CAD) und gute Erklärungen seitens der Lehrperson sind unabdingbar!
- Anmerkungen der Schüler/innen:
 - Aufgabentext zu kompliziert
 - beim Kirchturm-Original: 1 Person fand, dass die Form verwirrend ist
 - eine weitere Person konnte beim Kirchturm-Verbesserungsvorschlag die Aufgabe sogar lösen, obwohl der Stoff in dieser Schulstufe unbekannt ist (!)

Ergänzungsfolie 1

- Folgende fachlichen Fehler wurden gefunden:
 - Falsche Kanten (1)
 - Projektionsart nicht eindeutig (2)
 - Falsche Umriss unter einem Frontalriss (5)
 - Falsche Größe von Objekten unter Perspektive (1)

Ergänzungsfolie 2

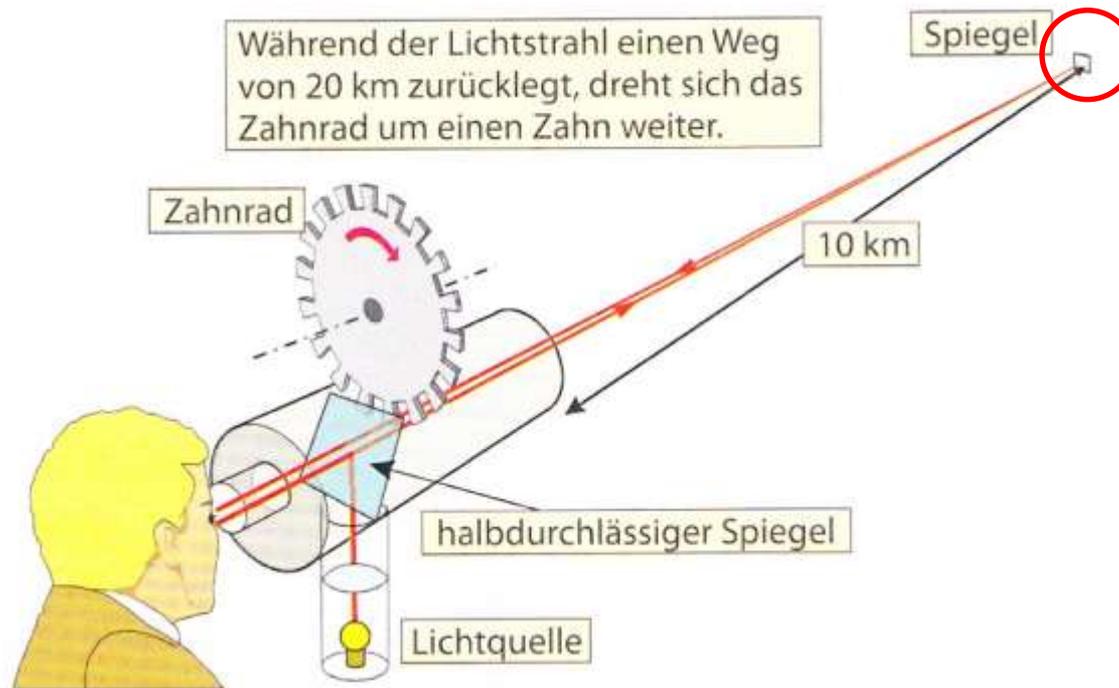


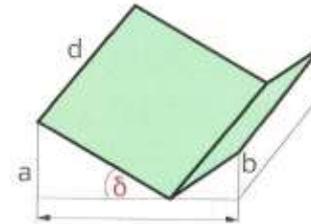
Abb. 83.1 Versuchsaufbau – Zahnradmethode von Fizeau zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit. Der Abstand zwischen Spiegel und Zahnrad (720 Zähne) betrug etwa 10 km! (Der halbdurchlässige Spiegel bewirkt, dass ein Teil des Lichtes reflektiert und ein Teil des Lichtes durchgelassen wird.)

Ergänzungsfolie 3

10.25 In nebenstehender Abbildung ist eine Dachfläche dargestellt.

Aufgabenstellung:

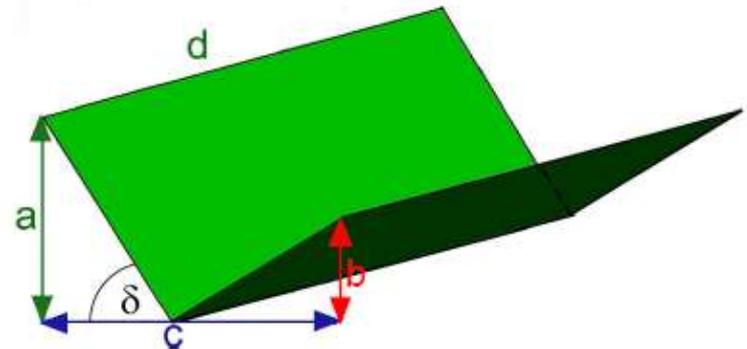
Drücken Sie den Inhalt der Dachfläche durch a , b , c , d und δ aus!



10.25 In nebenstehender Abbildung ist ein Werkstück aus einem dünnen Blech dargestellt.

Aufgabenstellung:

Drücken Sie die Gesamtfläche des Werkstücks durch a , b , c , d und δ aus!



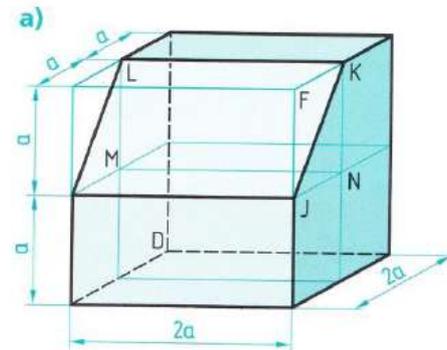
Ergänzungsfolie 4

Umfrage zu Abbildungen aus Schulbüchern

Lies die Aufgaben **genau** durch! Man muss nicht (immer) etwas berechnen, sondern auch seine Meinung abgeben (per Multiple-Choice oder schriftlich).

1. Löse den Teil 1) der unten stehenden Aufgabe (nur Volumen berechnen):

Aus einem Würfel mit der Kantenlänge $2a$ wurde ein Prisma herausgeschnitten.
Drücke **1)** Rauminhalt und **2)** Oberfläche des entstandenen Körpers mit Hilfe von a aus!

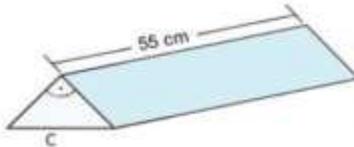


Gib an: Die Abbildung liefert mir für die Lösung der Aufgabe

- zu viele Informationen
- genau die Informationen, die ich brauche
- zu wenig Informationen.

Ergänzungsfolie 5

2. Löse den Teil 1) der unten stehenden Aufgabe:



Ein 55 cm langer Dreikant aus Stahl ($\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$) hat als Querschnitt ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck mit der Hypotenusenlänge c (\rightarrow Figur links).

Berechne **1)** das Volumen, **2)** die Masse!

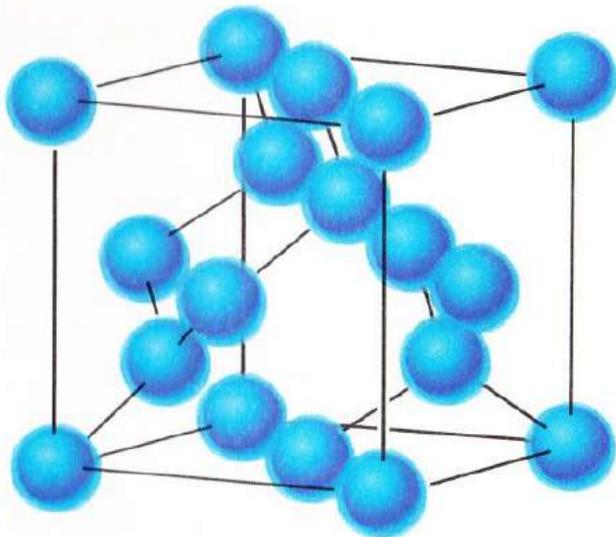
a) $c = 15 \text{ mm}$

Gib an: Die Abbildung liefert mir für die Lösung der Aufgabe

- zu viele Informationen
- genau die Informationen, die ich brauche
- zu wenig Informationen.

Ergänzungsfolie 6

3. Unten stehende Abbildung zeigt die mikroskopische Kristallstruktur von Diamant. Sieh dir die Abbildung an und versuche, dir vorzustellen, wie die Atome (Kugeln) im Raum angeordnet sind.



Findest du **drei oder mehr Atome**, die auf *einer* Geraden im Raum liegen? Zeichne in die Abbildung ein und beschreibe unten:

Ergänzungsfolie 7

4. Lies dir folgende Aufgabenstellung durch, löse die Aufgabe jedoch nicht. (Das können wir noch nicht.)

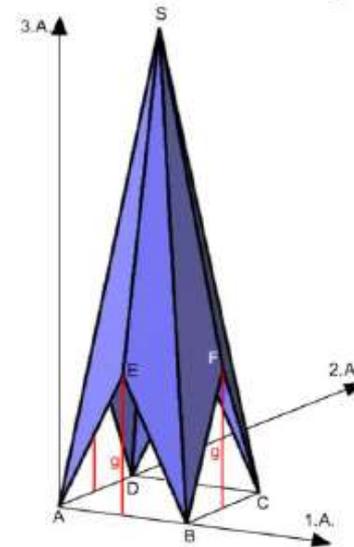


10.54

Gegeben ist eine regelmäßige quadratische Pyramide $ABCD$ S mit der Grundkantenlänge $a = 8$ und der Höhe $h = 27$. Zieht man an jeder der vier Grundkanten dieser Pyramide ein gleichschenkliges, lotrecht stehendes Giebeldreieck der Höhe $g = 8$ hinauf, so entsteht der rechts abgebildete blau gefärbte Turmhelm, dessen Dachfläche aus acht kongruenten Dreiecken besteht.

- a) Bette die Pyramide wie in der Abbildung in ein Koordinatensystem ein! Gib die Koordinaten der Basiseckpunkte A, B, C, D und der Turmspitze S sowie die der Giebelspitzen E, F, G, H an!

Die Punkte G und H sind in der Ansicht rechts nicht sichtbar. Sie werden gleich wie E und F konstruiert.



Gib an: Die Abbildung...

- ...stellt für mich den Sachverhalt vollständig nachvollziehbar in dem Koordinatensystem dar,
- ...stellt für mich den Sachverhalt nur teils nachvollziehbar in dem Koordinatensystem dar,
- ... stellt für mich den Sachverhalt nicht nachvollziehbar in dem Koordinatensystem dar.