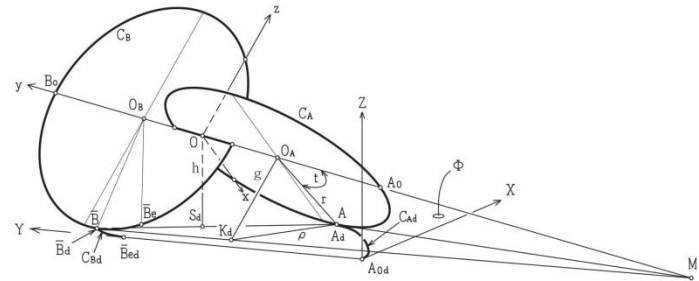
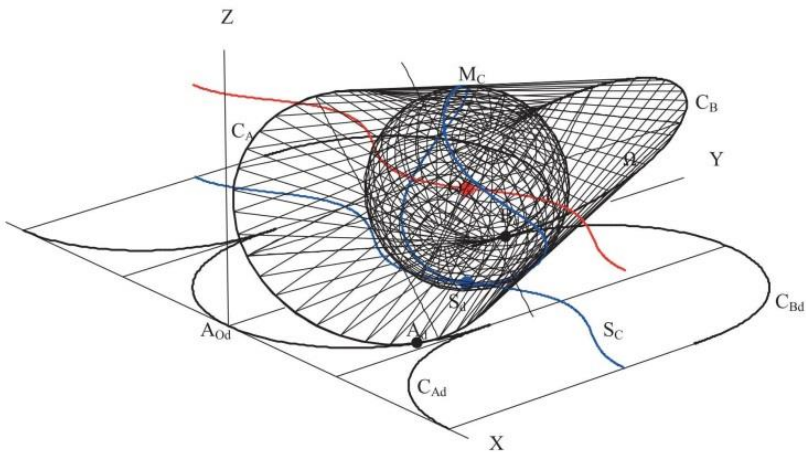


# Zwei-Scheiben-Roller mit Kreisen und Ellipsen



Mag. Christiane Gartner  
TU Wien

Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie

# Überblick

Das Oloid

Der umstülpbare Würfel

Der Zwei-Scheiben-Roller

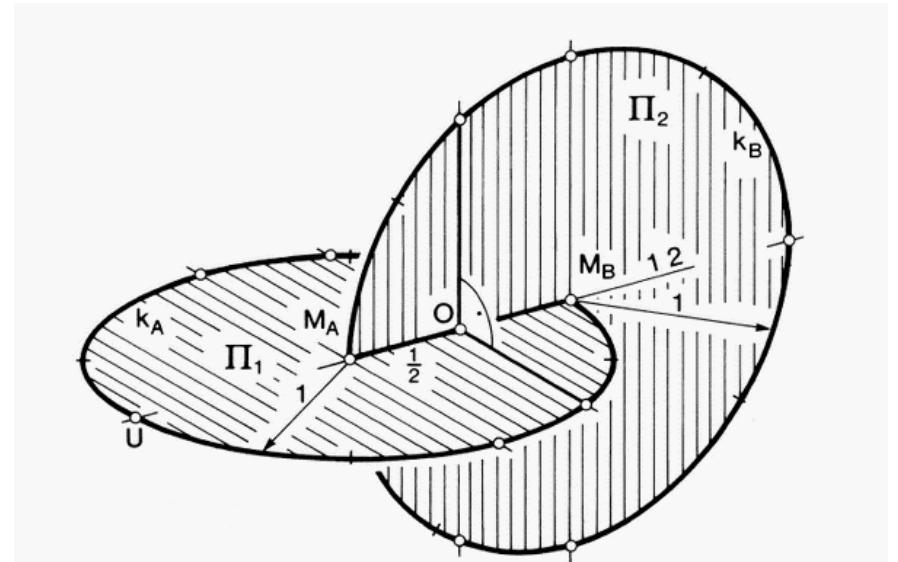
Anwendungen

Verwandte Objekte

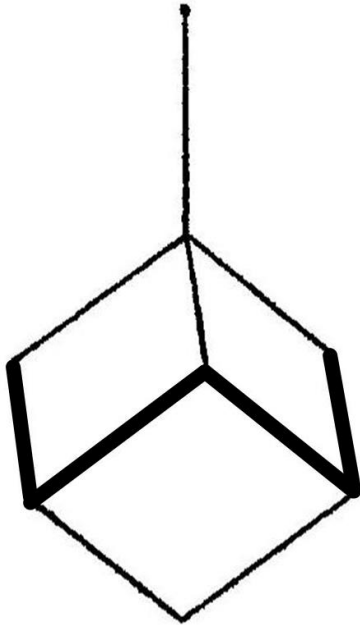
# Das Oloid

Wir betrachten zwei Einheitskreise, die in zueinander orthogonalen Ebenen liegen, wobei jeder Kreis den Mittelpunkt des anderen enthält. Die konvexe Hülle dieser beiden Kreise heißt Oloid.

Die Oberfläche gehört der Verbindungstorse der beiden Kreise an.

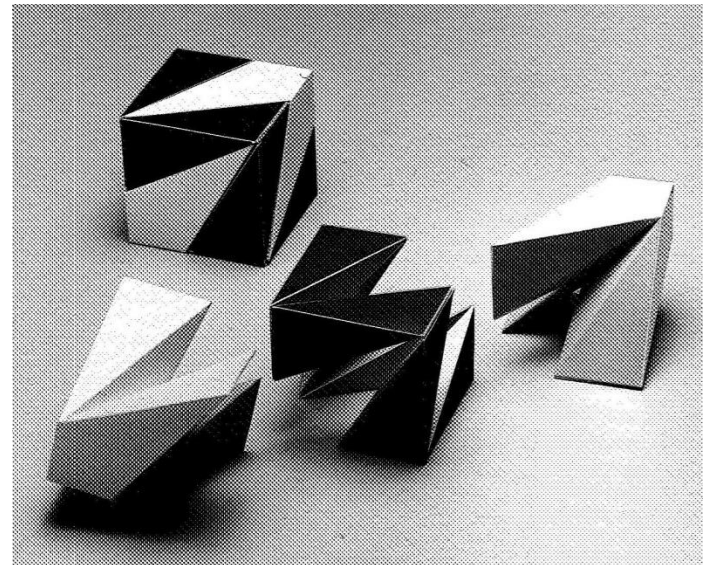


# Der umstülpbare Würfel

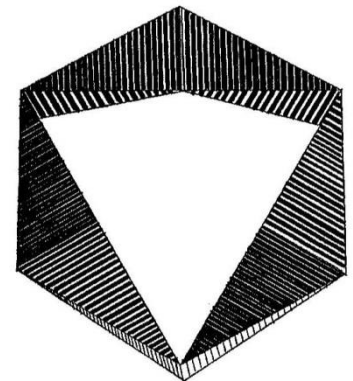
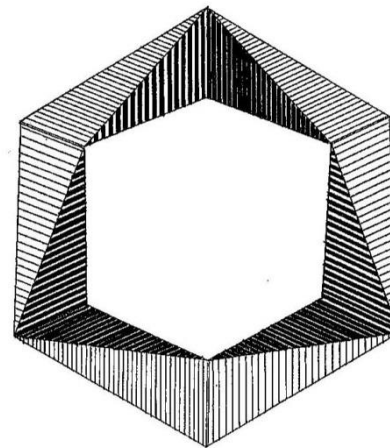
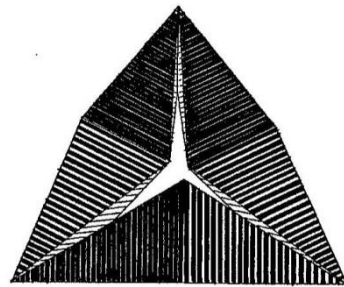
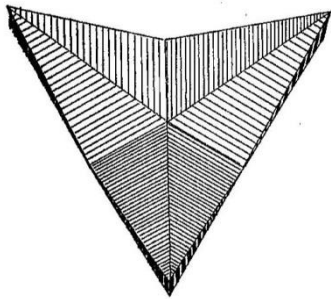
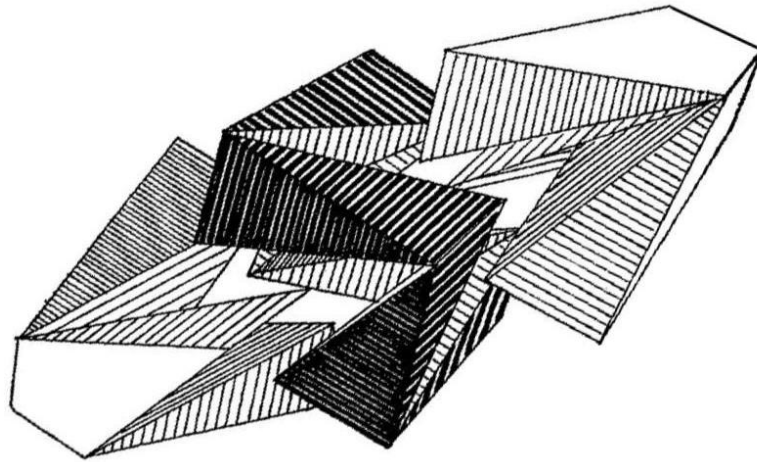


Polkanten

Mittelkanten

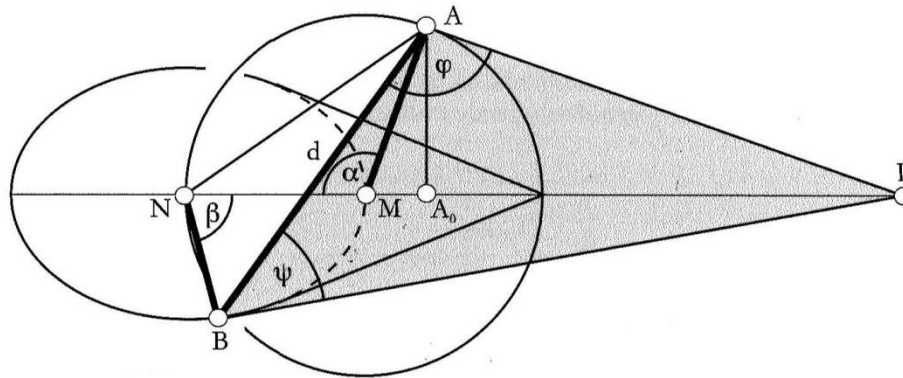


# Der umstülpbare Würfel

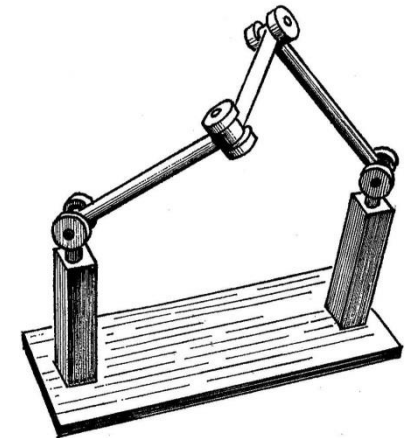


# Der umstülpbare Würfel

Definition des Oloids ausgehend vom umstülpbaren Würfel:



Diese Überlegungen sind Grundlage für die von Paul Schatz entwickelte „Turbula“-Bewegung.



# Der umstülpbare Würfel

Paul Schatz (1898-1979)



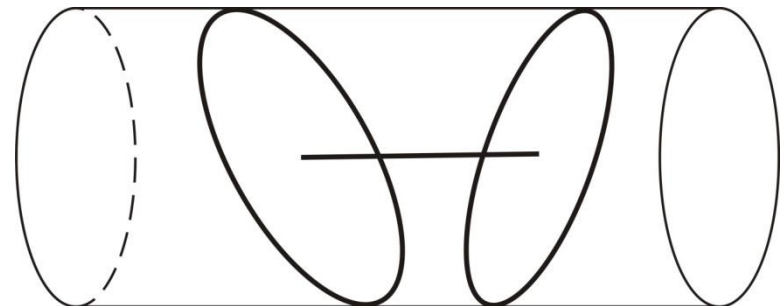
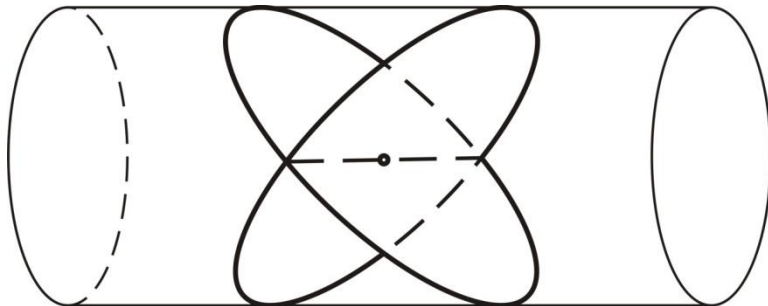
1929 entdeckte er die  
**geometrischen Gesetze der  
Umstülpbarkeit geometrischer  
Körper.**

1969 erhielt er das Patent 500  
000 für das *Oloid* als „Körper zur  
Erzeugung einer taumelnden  
Bewegung“.

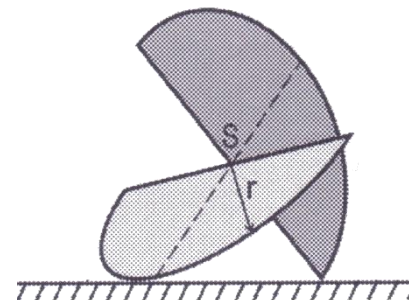


# Der Zwei-Scheiben-Roller

Rollt eine Kugel oder ein Drehzylinder eine geneigt Ebene hinunter, so bleibt der **Abstand ihres Schwerpunkts zur Ebene konstant**.



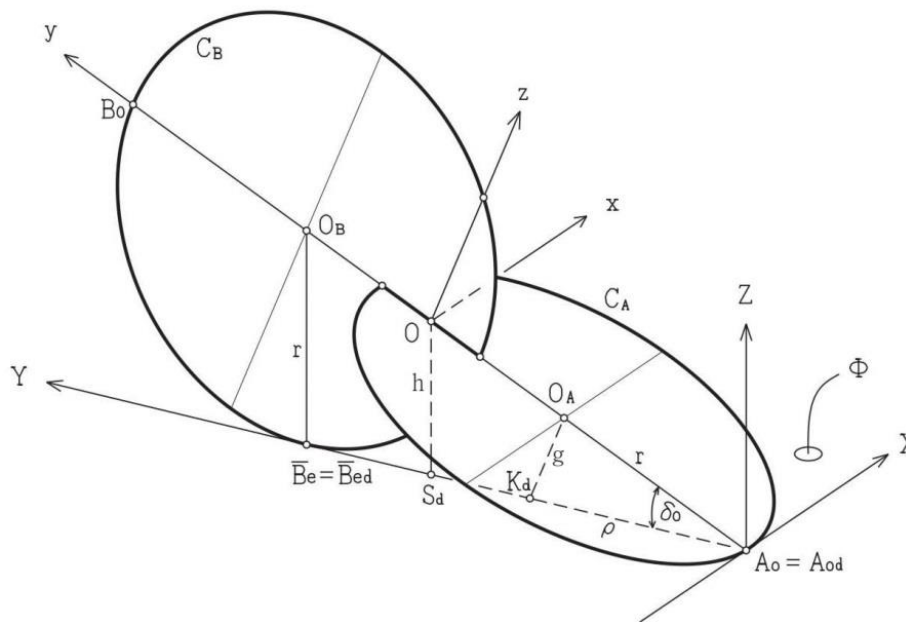
Zwei-Scheiben-Roller  
Wobbler





# Der Zwei-Scheiben-Roller

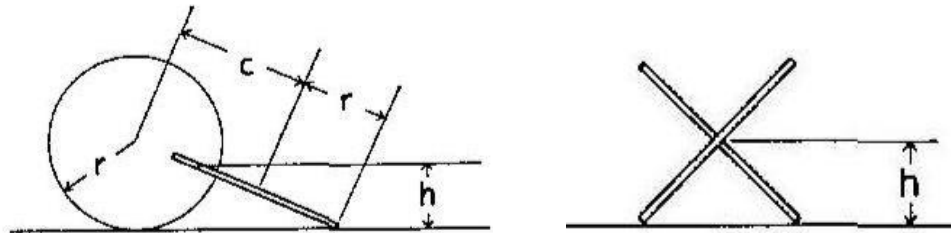
Im Folgenden betrachten wir nun eine allgemeinere Kombination aus zwei senkrecht zueinander stehenden ganzen Kreisscheiben.



# Der Zwei-Scheiben-Roller

Der Abstand des Schwerpunktes zur Abrolleben bleibt genau dann konstant, wenn der Abstand  $c$  der Mittelpunkte folgende Bedingung erfüllt.

Symmetriepositionen des Zwei-Scheiben-Rollers



**Abstandsbedingung:**

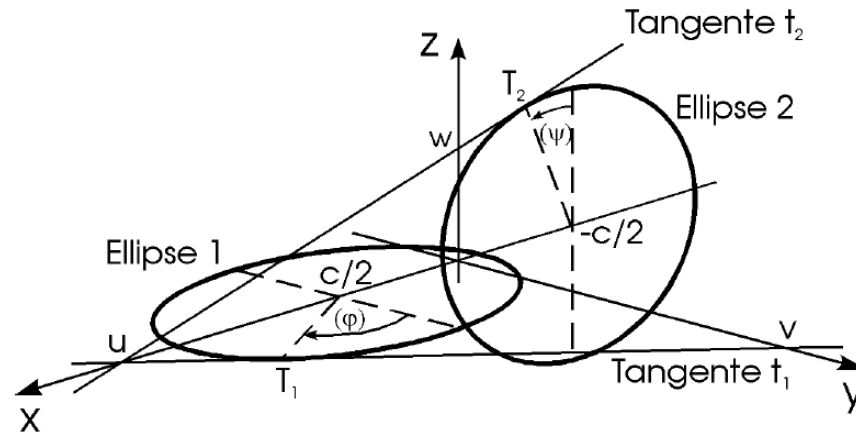
$$c = r\sqrt{2}$$

The diagram shows two overlapping circles representing discs A and B. Disc A has center \$O\_A\$ and radius \$r\$. Disc B has center \$O\_B\$ and radius \$r\$. The centers are separated by a distance \$g\$. A point \$M\$ is located at a distance \$\delta\$ from the horizontal axis passing through \$O\_A\$. Lines connect \$M\$ to various points on the discs. Key angles include \$\Phi\$, \$\delta\_0\$, \$\beta\$, \$\tau\$, and \$\phi\$. Distances like \$\sqrt{2}r\$, \$r\$, \$t\$, \$s=rt\$, and \$\frac{r}{\cos t}\$ are indicated. Points labeled include \$A\_0\$, \$A\_e\$, \$B\_e\$, \$B\_0\$, \$x\_\phi\$, \$z\_\phi\$, \$K\_d\$, \$S\_d\$, and \$V\_A\$.

$$\overline{AB} = \frac{r(2 + \sqrt{2} \cos t)}{\sqrt{1 + \sqrt{2} \cos t}}$$

$$h = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

# Der Zwei-Scheiben-Roller



Ein solcher Roller existiert nur für  $c^2 \geq 0$  reell.

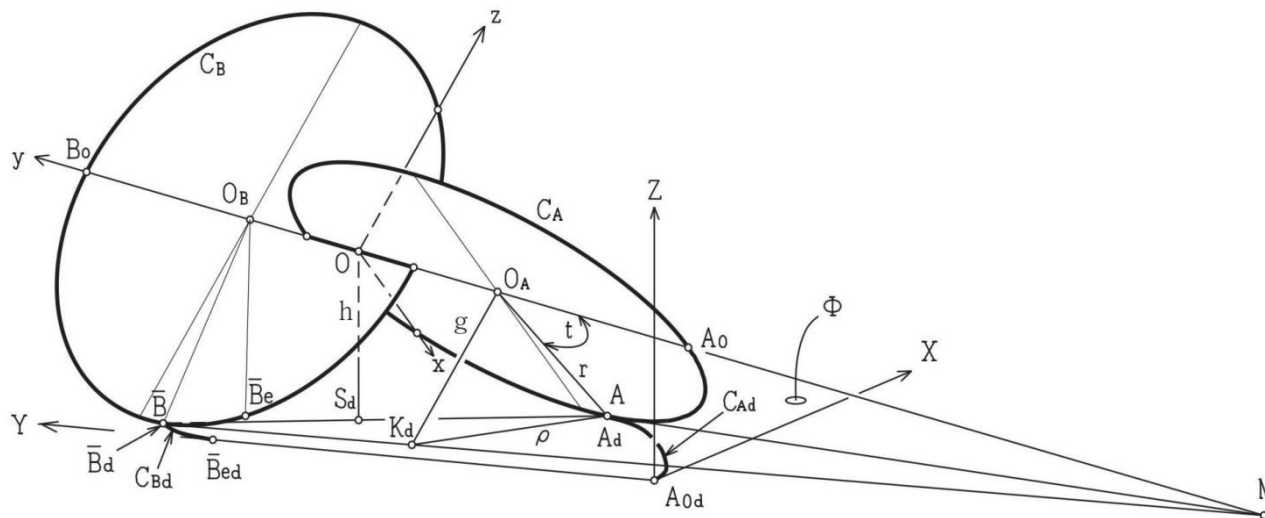
Bedingungen für die betrachteten Ellipsenscheiben:

$a$  ... größere Halbachsenlänge,  $b$  ... kleinere Halbachsenlänge

$$a \geq \frac{b}{\sqrt{2}}$$

# Der Zwei-Scheiben-Roller

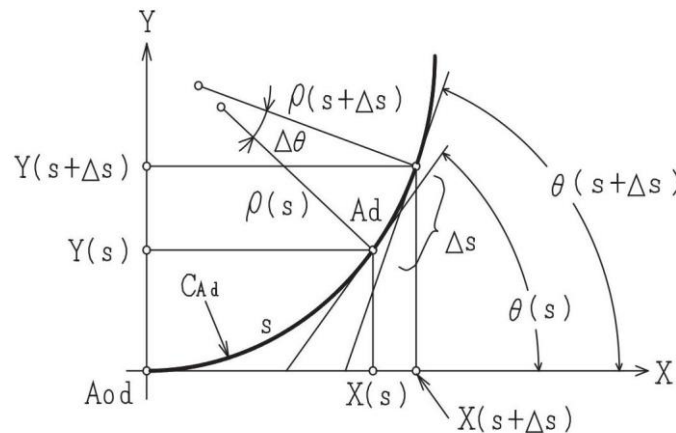
## Abwicklung



$K_d$  = Krümmungsmitte der verebneten Kurve  $C_{Ad}$   
 Die geodätische Krümmung bleibt erhalten.

# Der Zwei-Scheiben-Roller

## Abwicklung



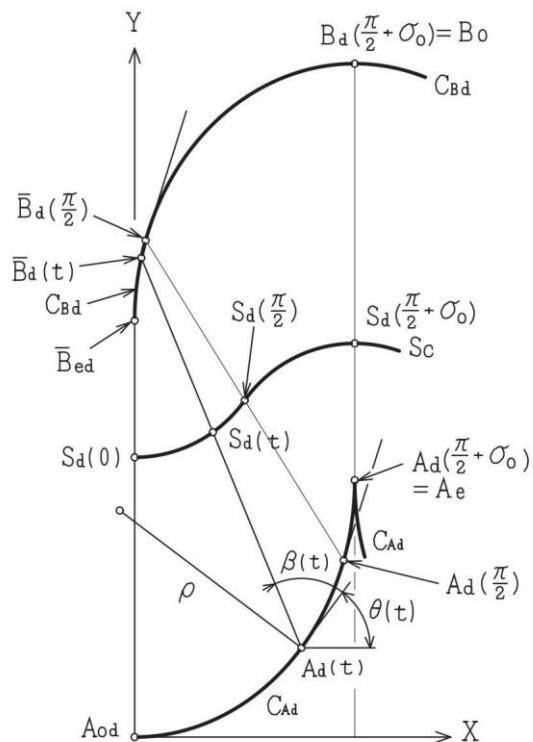
$$\theta(t) = \int_0^t \frac{\sqrt{(\sqrt{2} + \cos t)^2 - 1}}{r(\sqrt{2} + \cos t)} dt$$

$$X_A(t) = r \int_0^t \cos \theta(t) dt$$

$$Y_A(t) = r \int_0^t \sin \theta(t) dt$$

# Der Zwei-Scheiben-Roller

## Abwicklung



$$X_B(t) = X_A(t) + \overline{A_d \bar{B}_d} \cos(\theta + \beta)$$

$$Y_B(t) = Y_A(t) + \overline{A_d \bar{B}_d} \sin(\theta + \beta)$$

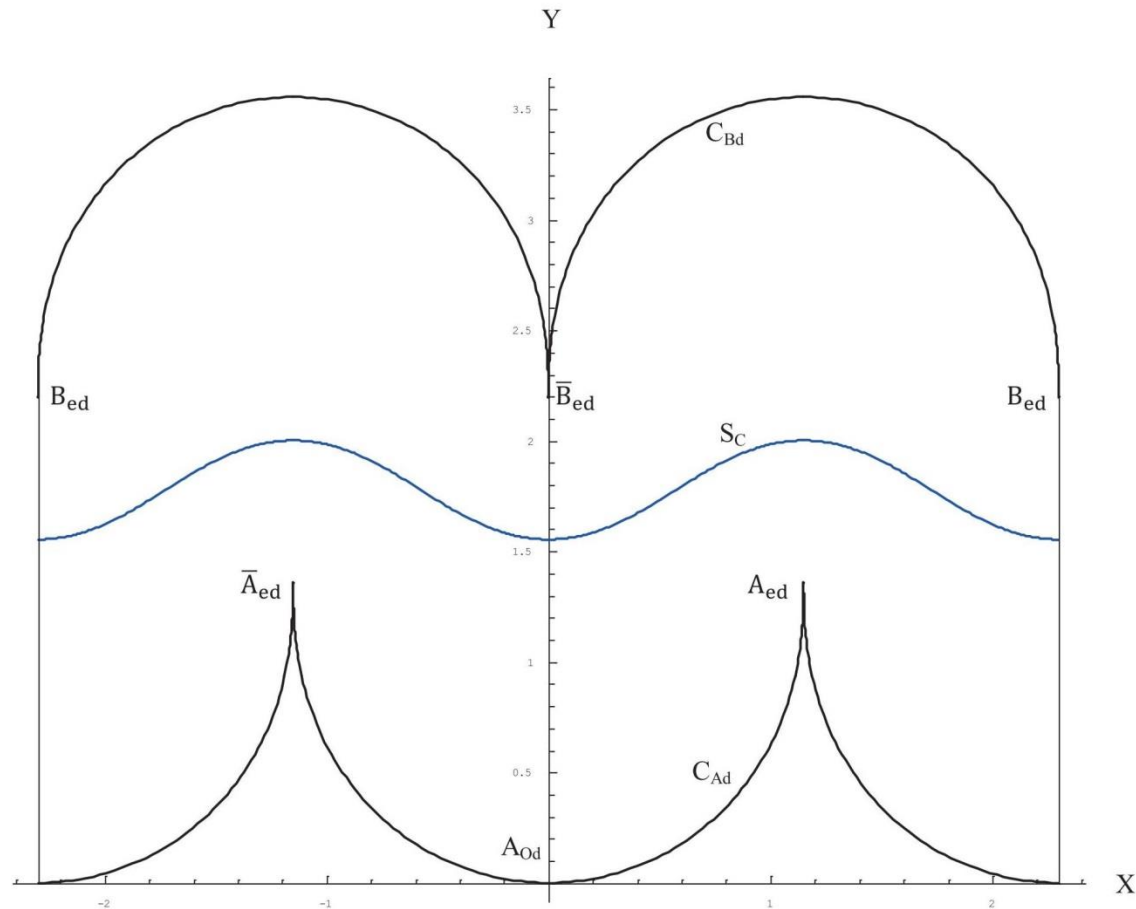
$$\cos \beta = \frac{\sin t}{\sqrt{2 + 2\sqrt{2} \cos t}}$$

$$\sin \beta = \sqrt{\frac{(\sqrt{2} + \cos t)^2 - 1}{2 + 2\sqrt{2} \cos t}}$$



# Der Zwei-Scheiben-Roller

## Abwicklung

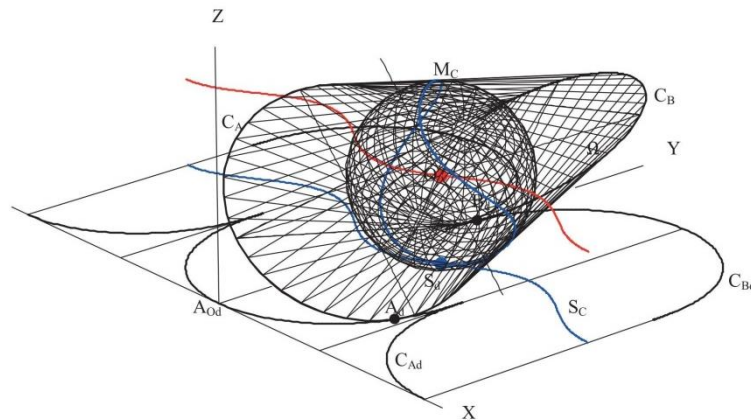


# Der Zwei-Scheiben-Roller

## Torkelbewegung

Wir betrachten die **Bahn des Schwerpunkts**.

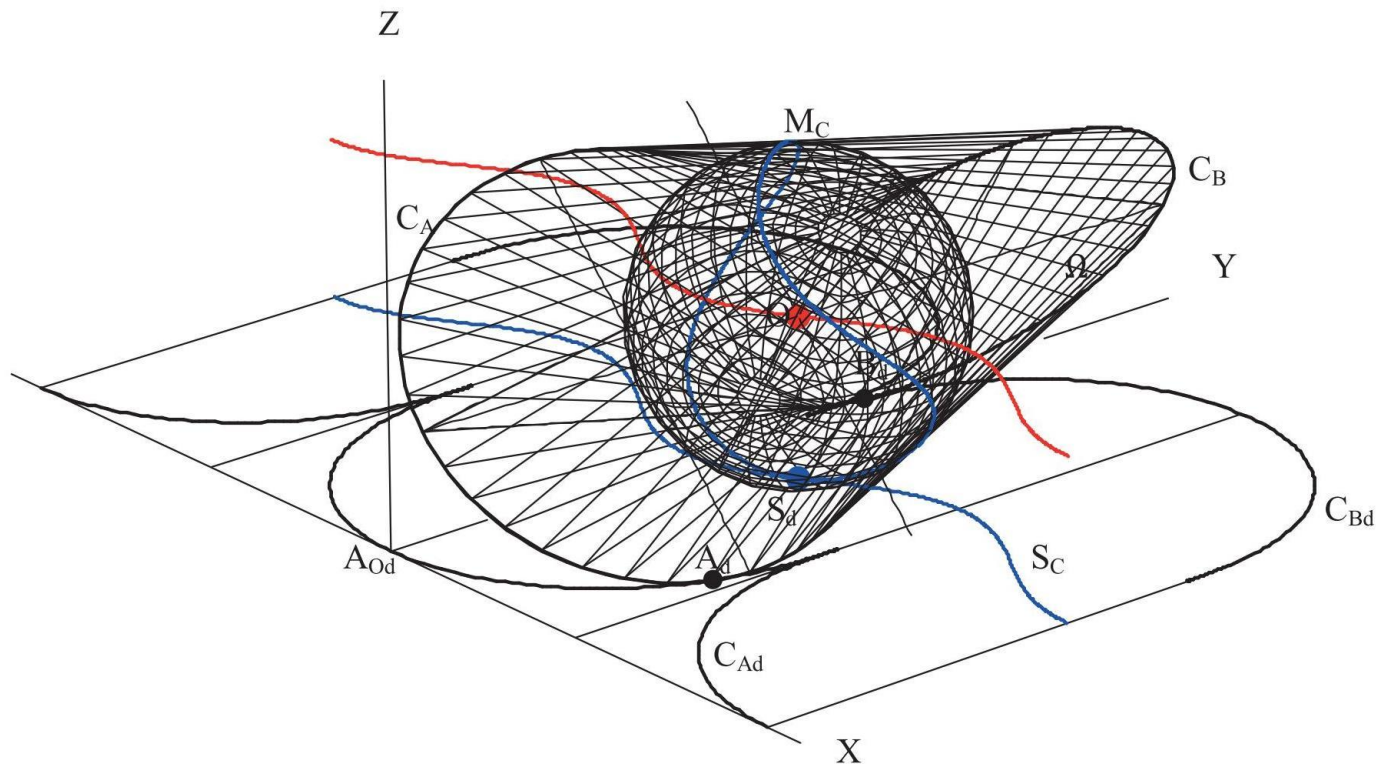
Dazu wird im Schwerpunkt eine Kugel mit Radius  $h = \frac{r}{\sqrt{2}}$  platziert.



$$\begin{aligned} X_C(t) &= X_A(t) + r\sqrt{1 + \sqrt{2} \cos t \cos\{\theta(t) + \beta(t)\}} \\ Y_C(t) &= Y_A(t) + r\sqrt{1 + \sqrt{2} \cos t \sin\{\theta(t) + \beta(t)\}} \end{aligned}$$

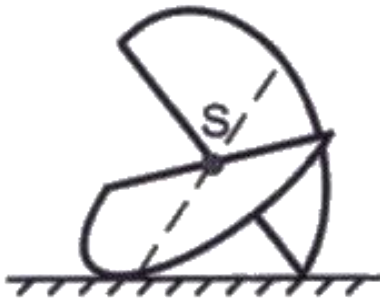
# Der Zwei-Scheiben-Roller

## Torkelbewegung



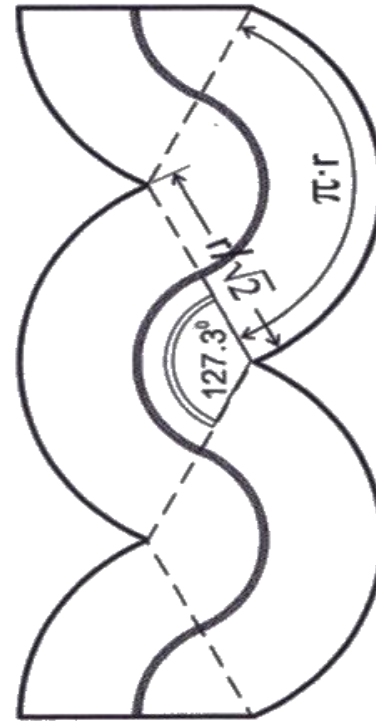
# Der Zwei-Scheiben-Roller

## Torkelbewegung



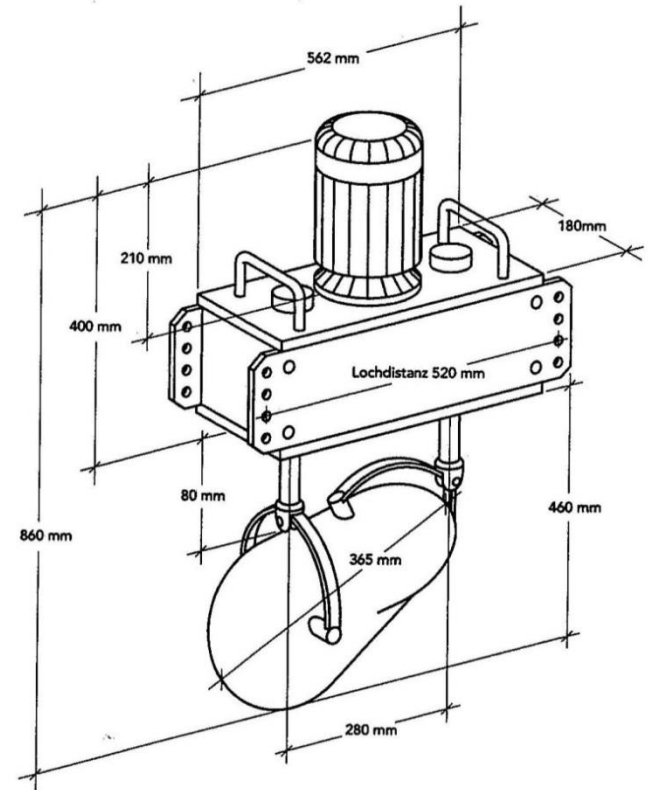
Sonderfall:

Bahn des Schwerpunkts lässt sich  
aus Kreisbögen zusammensetzen



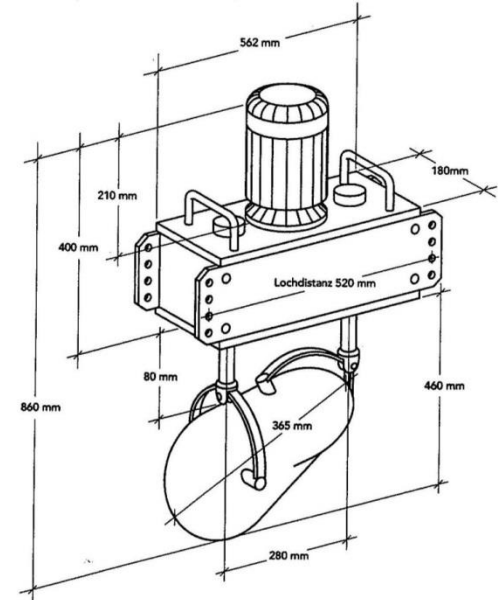
# Anwendungen

In der Technik findet eher das Oloid Anwendung. Paul Schatz hat dafür einen speziellen Oloid-Antrieb für die Gewässersanierung entwickelt.



# Anwendungen

In der Technik findet eher das Oloid Anwendung. Paul Schatz hat dafür einen speziellen Oloid-Antrieb für die Gewässersanierung entwickelt.



# Verwandte Objekte

Der „unfallsichere“ Salz- und Pfefferstreuer

Trinkbecher

