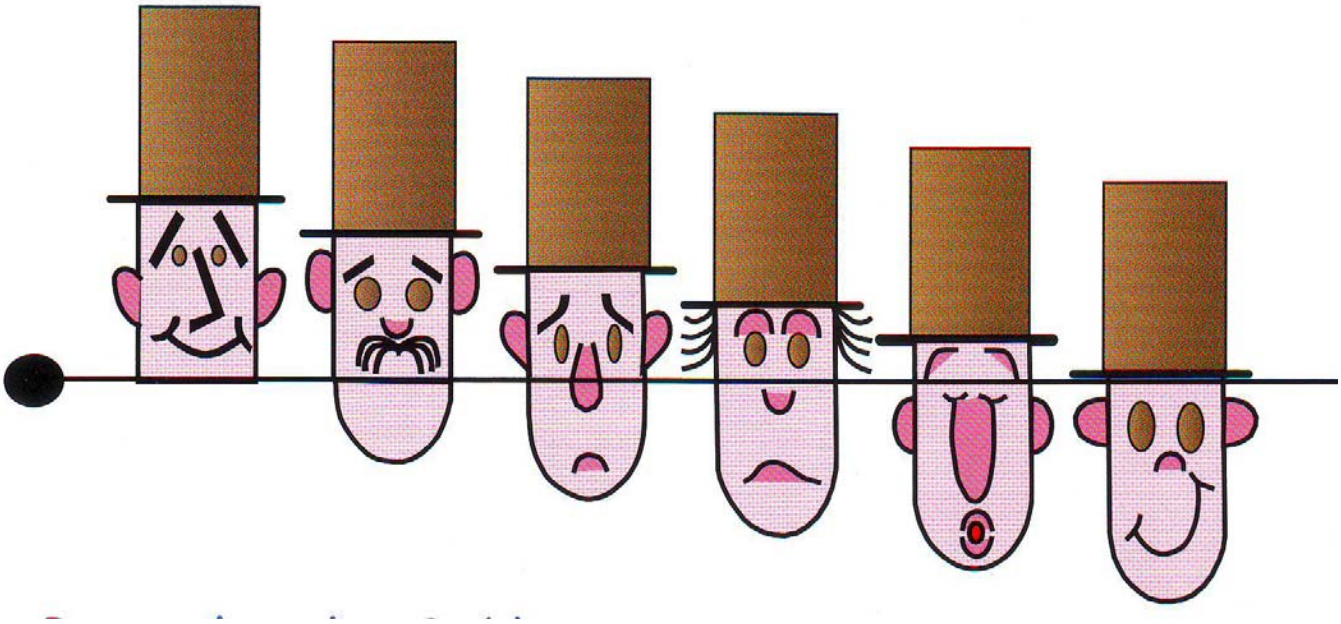
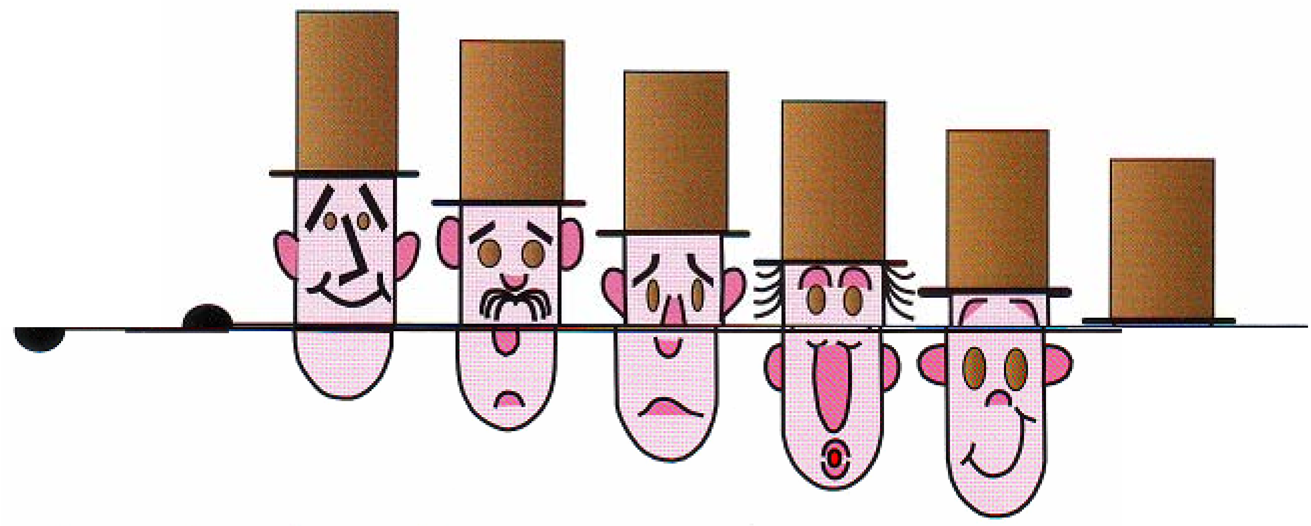


Geometrisches

Verschwinden



Geometrisches Verschwinden

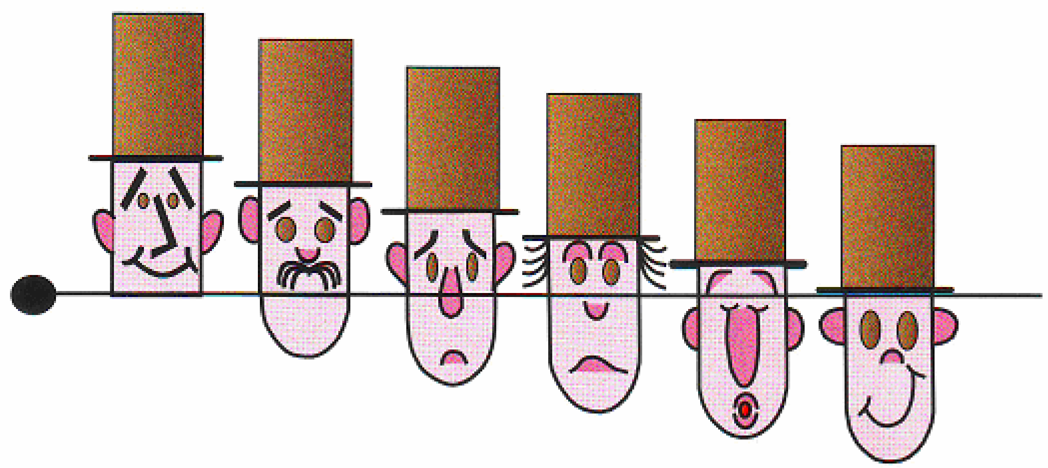
Die meisten optischen Illusionen und Wahrnehmungstricks beschäftigen uns nicht lange, denn der Effekt ist in der Regel leicht zu durchschauen. Doch die bemerkenswerte Kategorie der „Geometrischen Paradoxien", auch als „Geometrisches Verschwinden" bezeichnet, lässt uns bisweilen an unserem Verstand zweifeln.

Sam Loyd, der bedeutende amerikanische Erfinder von kniffligen Rätseln, hat auch das berühmt „Get Off the Earth"-Problem ertüftelt: Ähnlich wie auf obigem Bild sind Figuren auf zwei aufeinanderliegenden Scheiben zu sehen. Dreht man die kleinere Scheibe, so erscheint oder verschwindet eine Figur – und man weiß nicht, welche es ist.

Bei den Geometrischen Paradoxien geht es meist darum, Längen oder Flächen gegeneinander zu verschieben, wobei entweder eine weitere Länge beziehungsweise Fläche erscheint oder sich in Luft aufzulösen scheint.

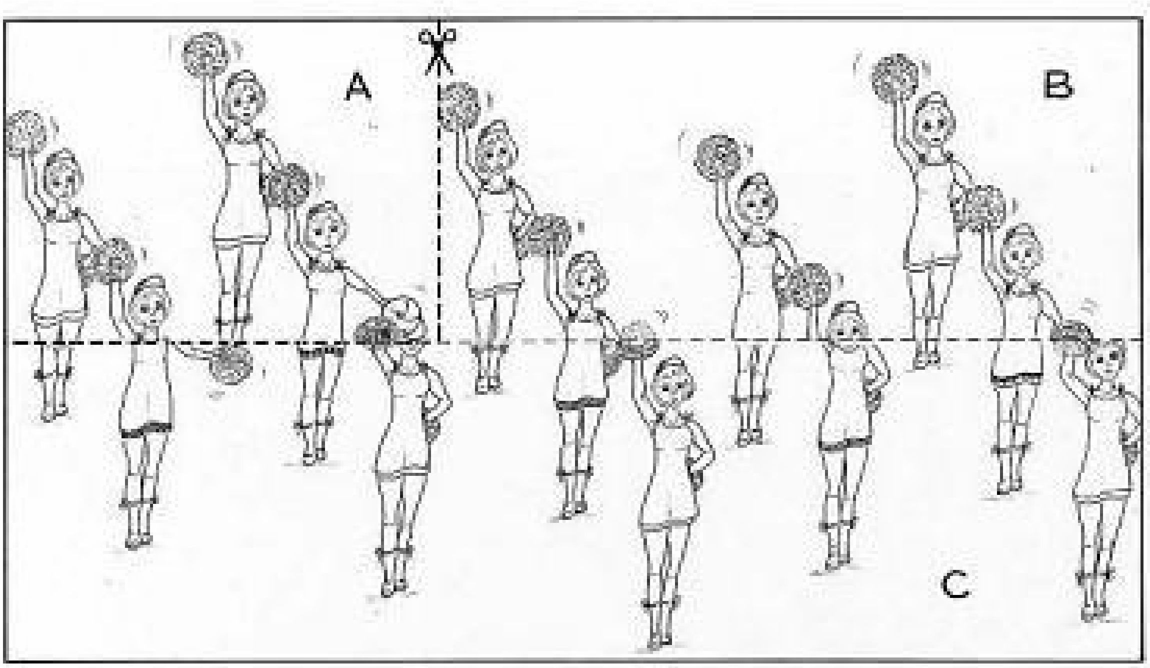
Martin Gardner bezeichnete die Erklärung als Prinzip der unsichtbaren Umverteilung. Sie beruht darauf, dass das Auge die umgruppierte Form einfach hinnimmt. Dabei entgeht dem Beobachter vielleicht ein kleiner Zuwachs an Länge oder ein etwas größerer Zwischenraum bei Flächen und er meint, die Figuren in der umgruppierten Form seien gleich lang oder groß, wie vorher.

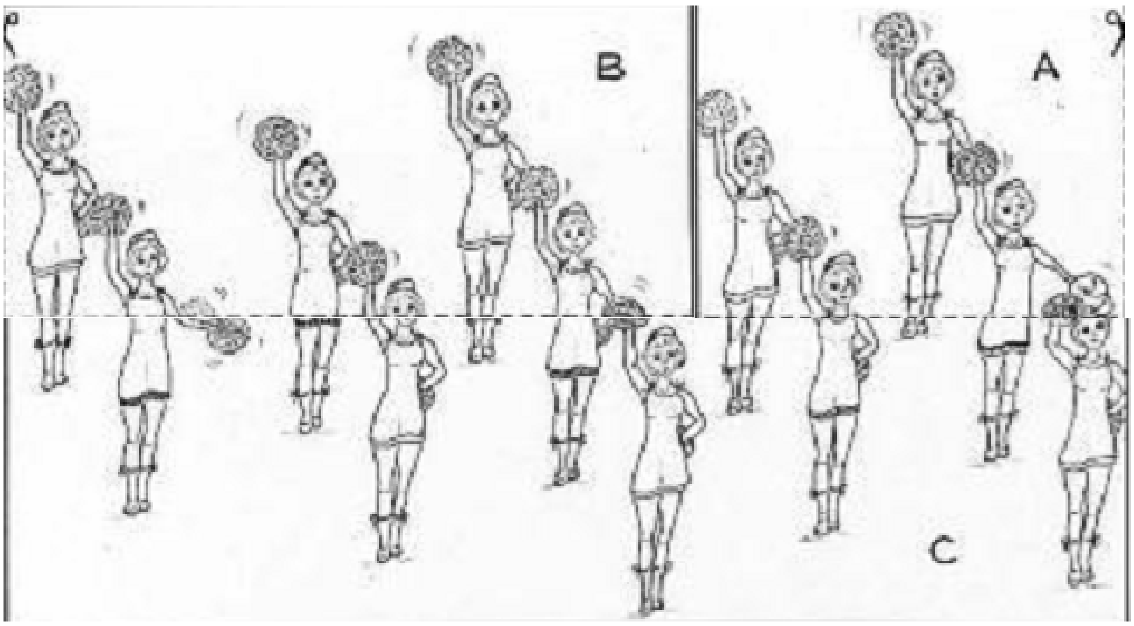
Das verschwundene Gesicht



Die Aufgabe funktioniert nur, wenn man die Vorlage kopiert, auf Pappe klebt und sie dann von dem dicken Punkt aus entlang der schwarzen Linie mit einem möglichst geraden Schnitt zerschneidet. Wenn man nun den oberen Teil festhält und den unteren um ein Gesicht weiter nach links schiebt, ist auf einmal ein Gesicht verschwunden. Fragt sich nur, welches …

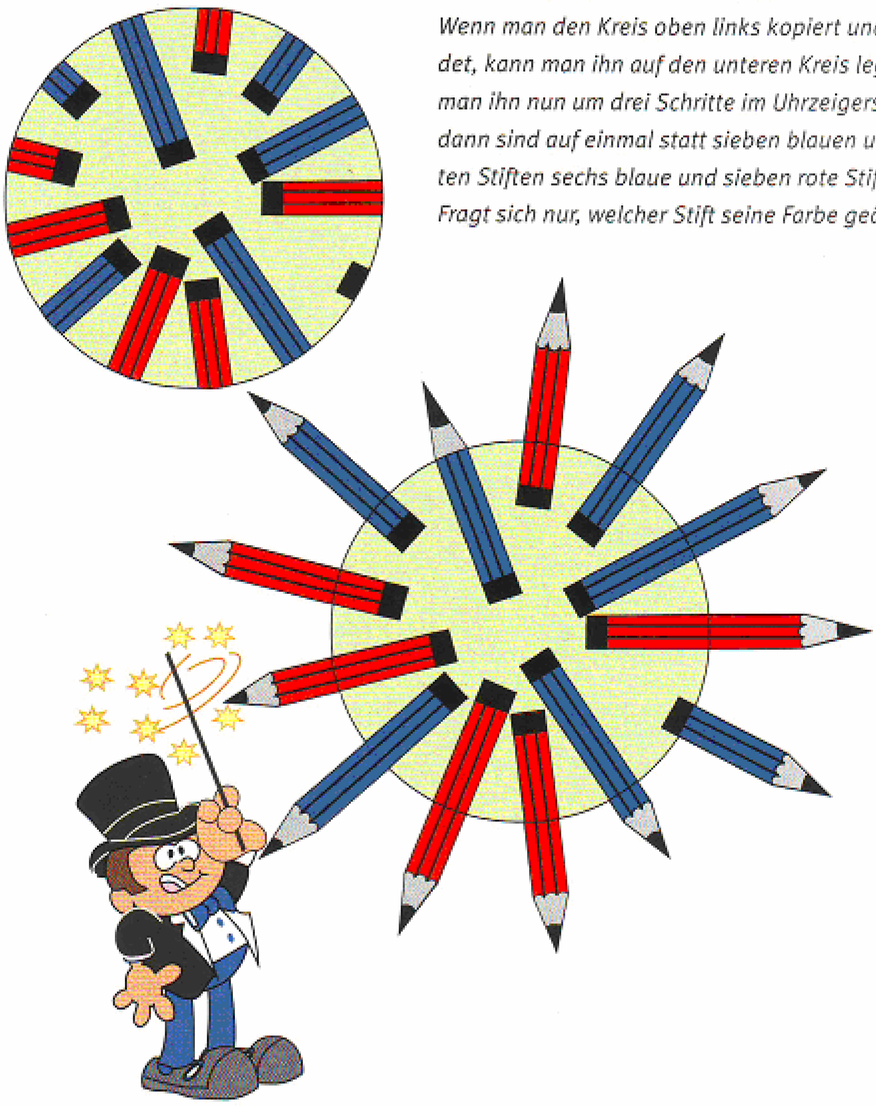
Die Verschwundene Cheerleaderin



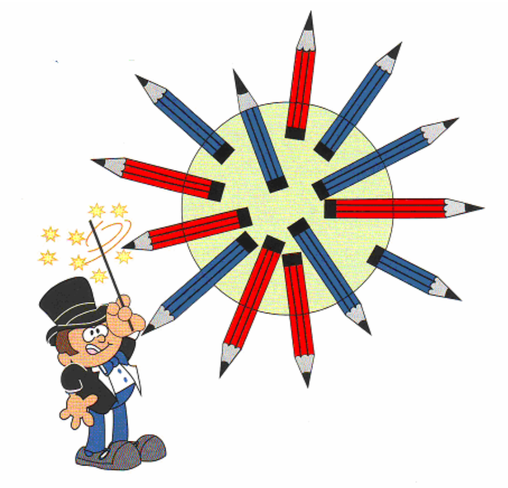


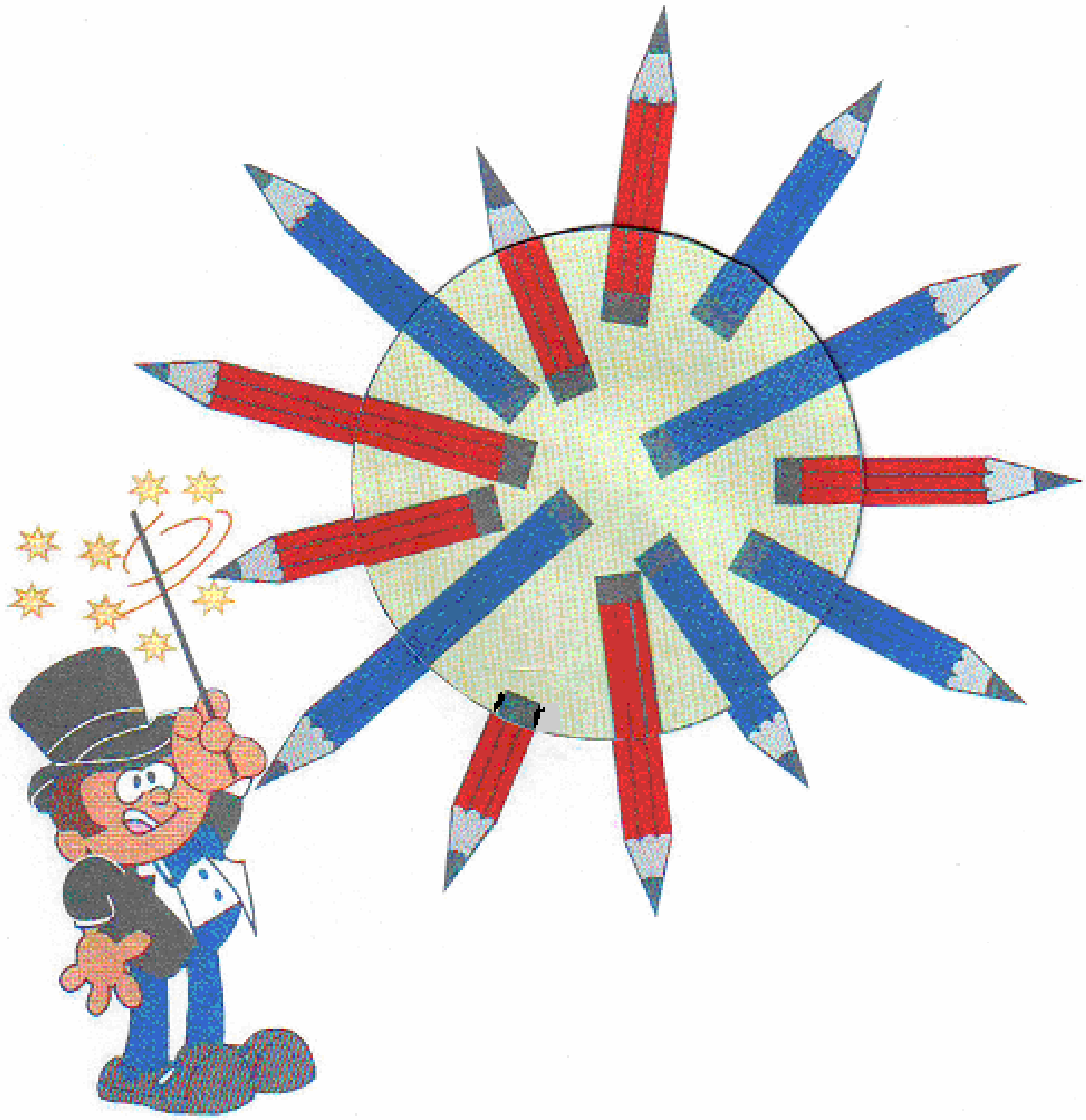
Der Verschwundene Bleistift

Wenn man den Kreis oben links kopiert und ausschneidet, kann man ihn auf den unteren Kreis legen. Dreht man ihn nun um drei Schritte im Uhrzeigersinn weiter, dann sind auf einmal statt sieben blauen und sechs roten Stiften sechs blaue und sieben rote Stifte zu sehen. Fragt sich nur, welcher Stift seine Farbe geändert hat ...

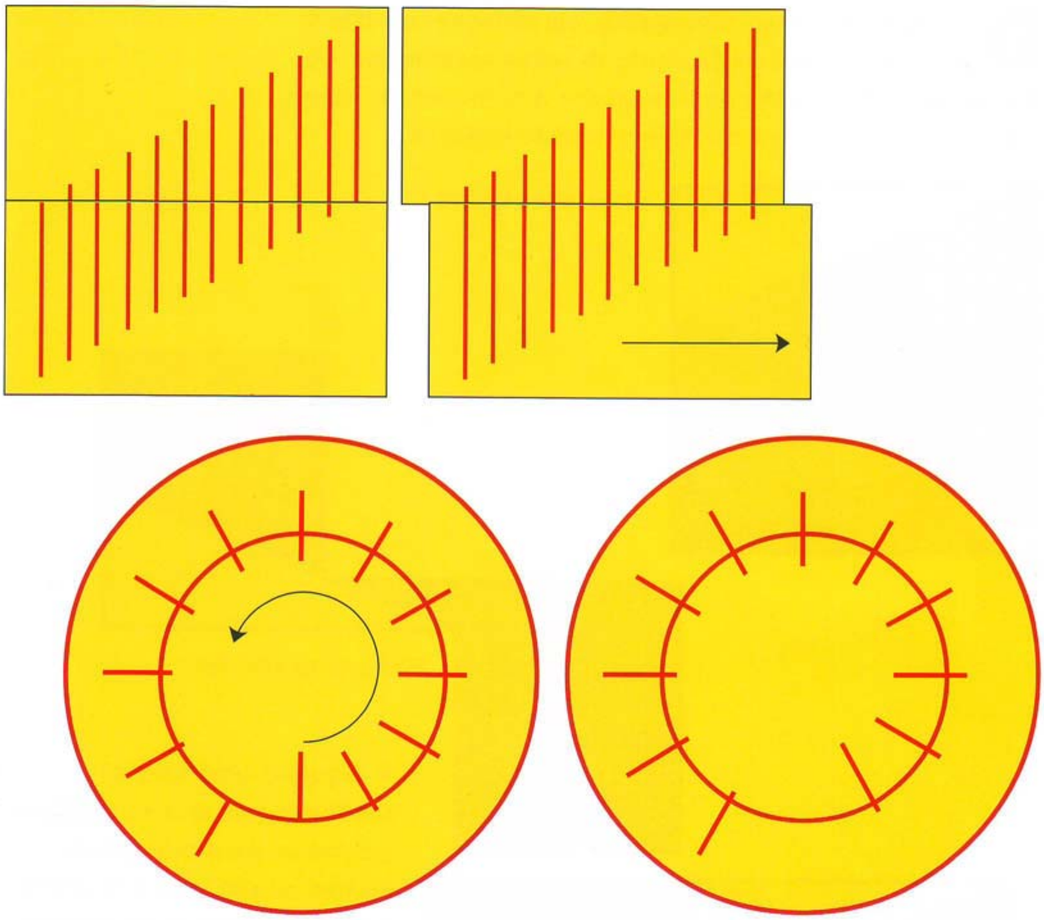


Der Verschwundene Bleistift Auflösung





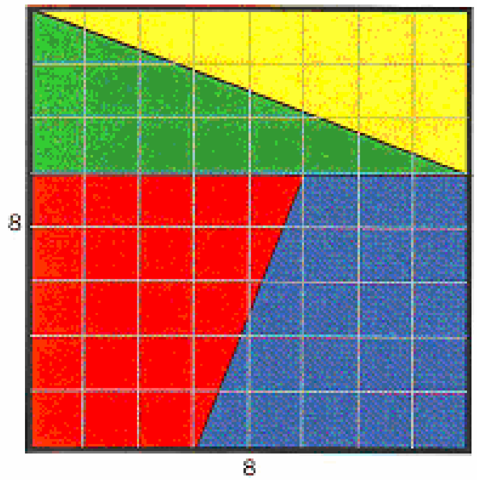
Wie Funktioniert „Geometrisches Verschwinden“



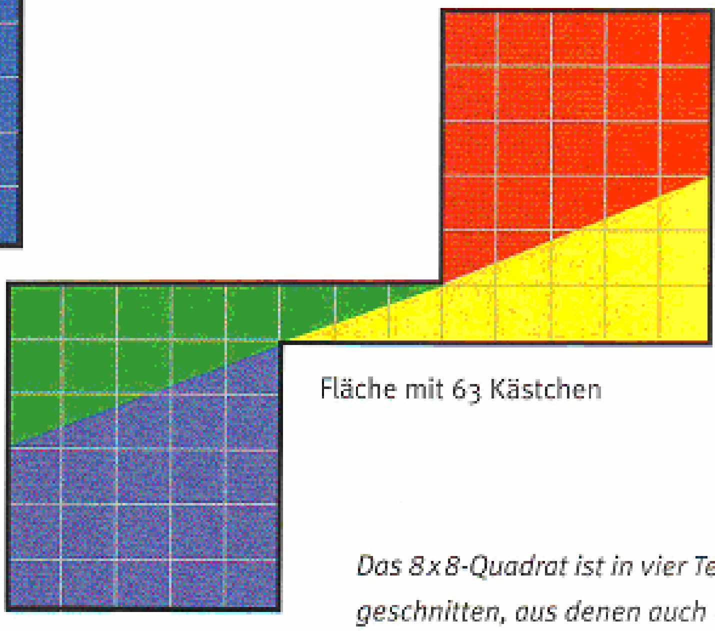
Oben und unten:
Verschiebt oder dreht man die Teile, so erscheint es, als ob jeweils eine der zwölf Linien verschwunden wäre. Das ganze ist aber stets die Summe seiner Teile, und zwar unabhängig davon, wie sie angeordnet sind. Ein Strich verschwindet, wenn die übrigen um ein Zwölftel seiner Länge größer werden. Auf diesem einfachen Vorgang beruhen alle diese Paradoxien.

Gewinn und Verlust

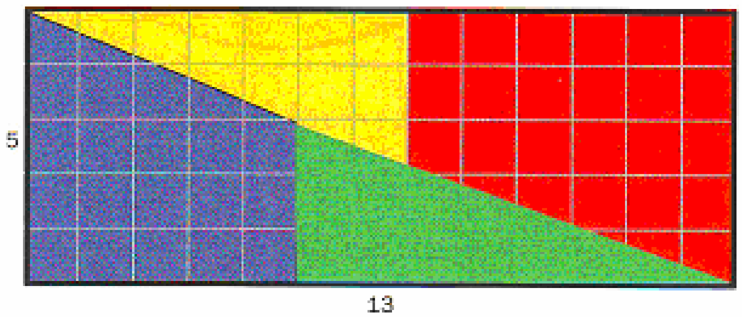
Das Gefühl kennt man: Gleichgültig, wie oft man etwas durchzählt – stets bleibt der Eindruck, als würde etwas fehlen. Ob das nun der in der Waschmaschine spurlos verschwundene Socken oder ein Element in einem dieser Verschwinde-Rätsel ist …



Fläche mit 64 Kästchen



Fläche mit 63 Kästchen

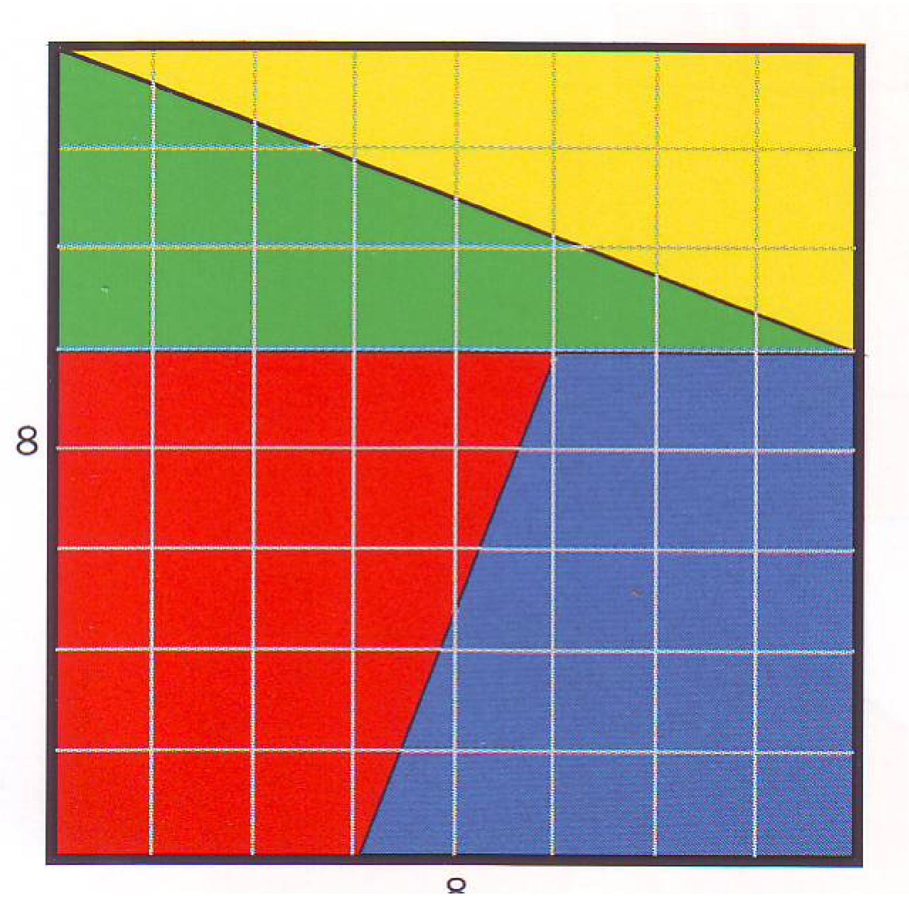


Fläche mit 65 Kästchen

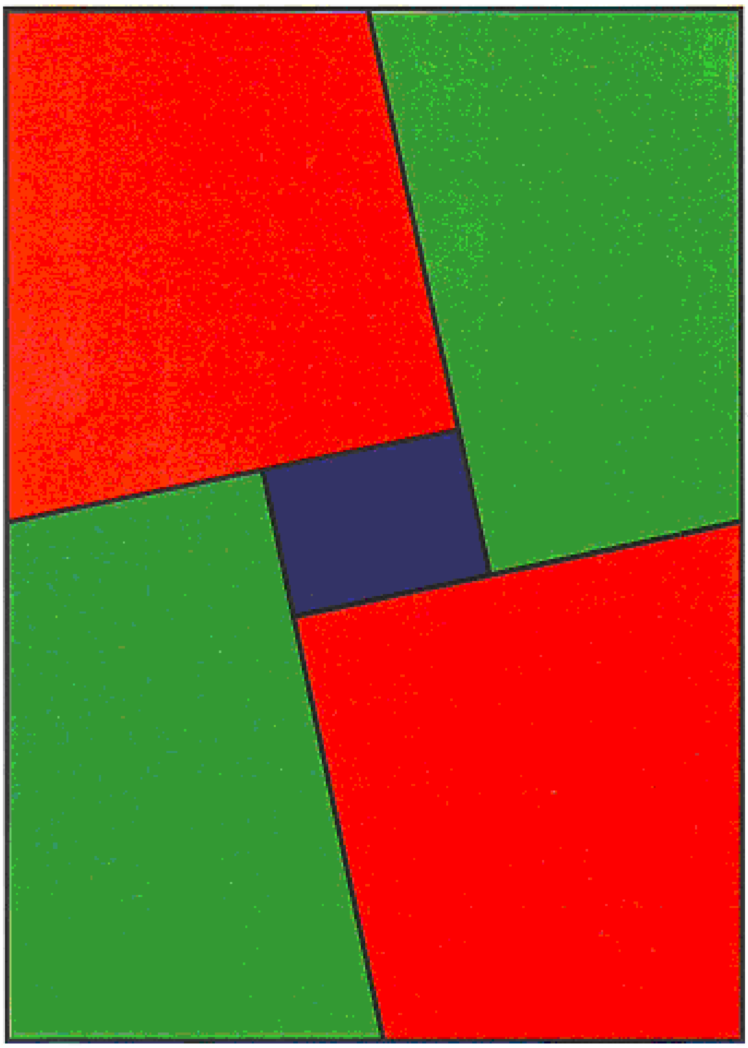
Das 8x8-Quadrat ist in vier Teilflächen geschnitten, aus denen auch ein Rechteck mit den Seiten 5 x 13 gelegt werden kann. Somit ist das Rechteck scheinbar um ein Kästchen größer als die ursprüngliche Fläche. Auf der mittleren Figur scheint die Fläche jedoch um ein Kästchen kleiner zu sein.

Wie lassen sich diese Widersprüchlichkeiten erklären?

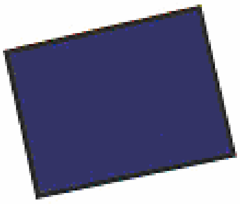
Gewinn und Verlust Vorlage



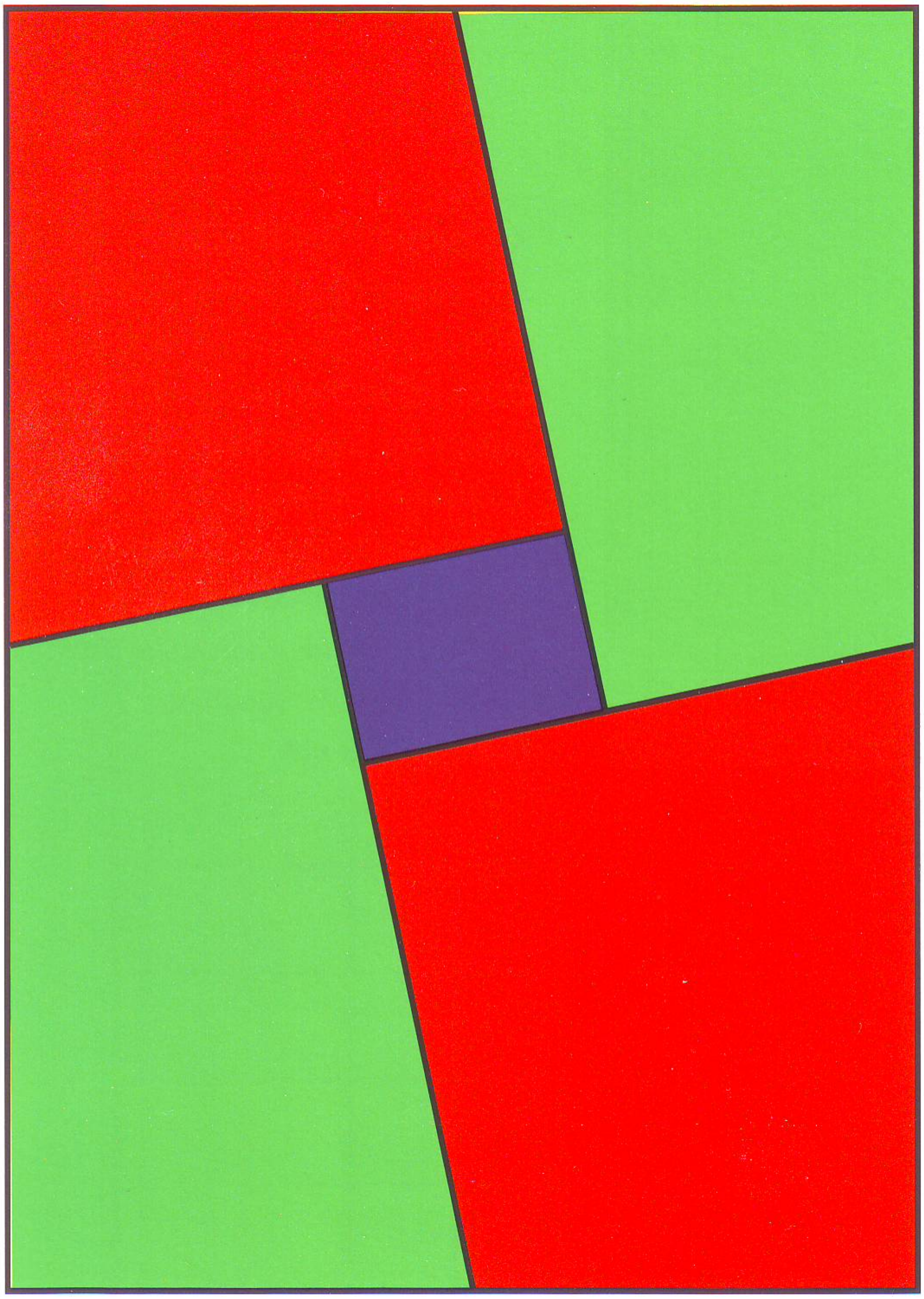
Das Rechteck muss weg

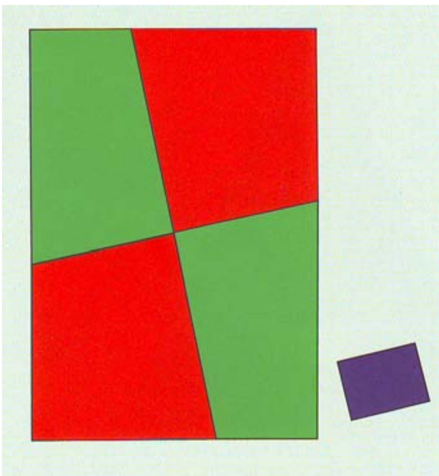


Kopiert, auf dünnen Karton geklebt und ausgeschnitten erhält man fünf Teile. Nun soll ein lückenloses Rechteck aus den vier roten und grünen Teilen gelegt werden. Das blaue Rechteck darf nicht genutzt werden.

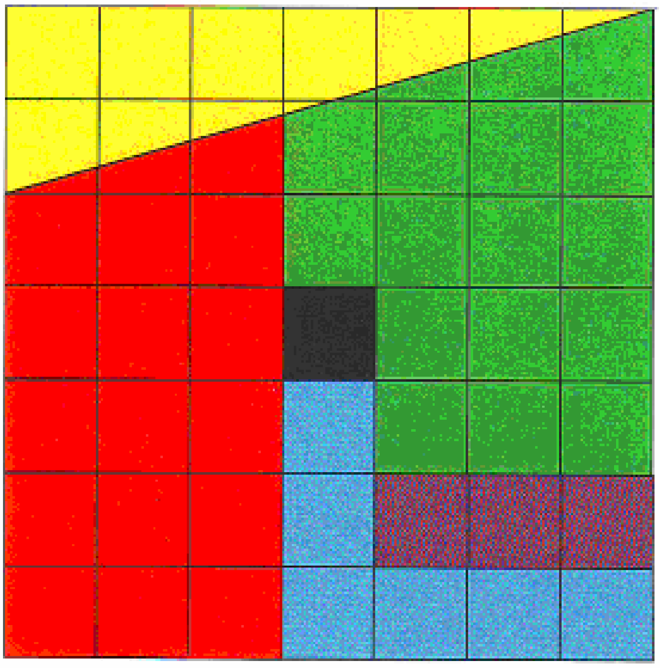


Das Rechteck muss weg Vorlage Lösung

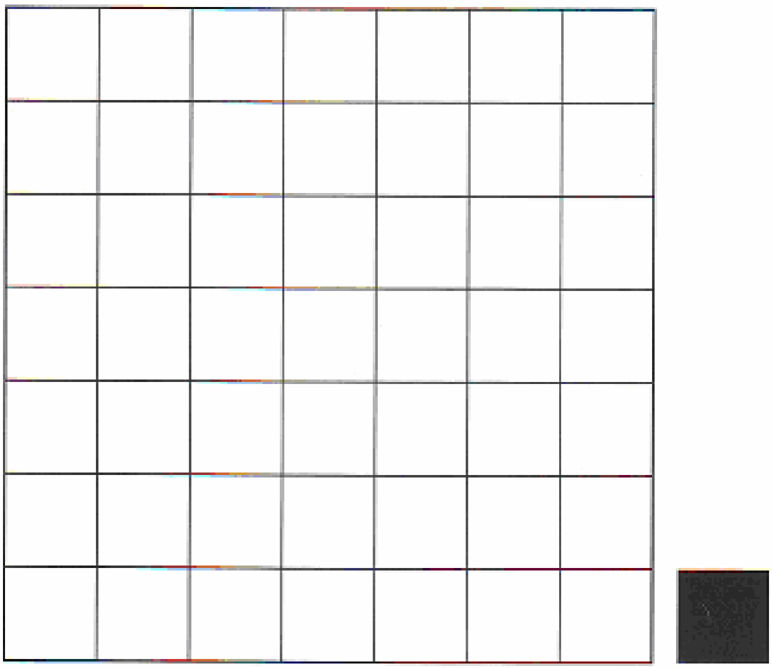




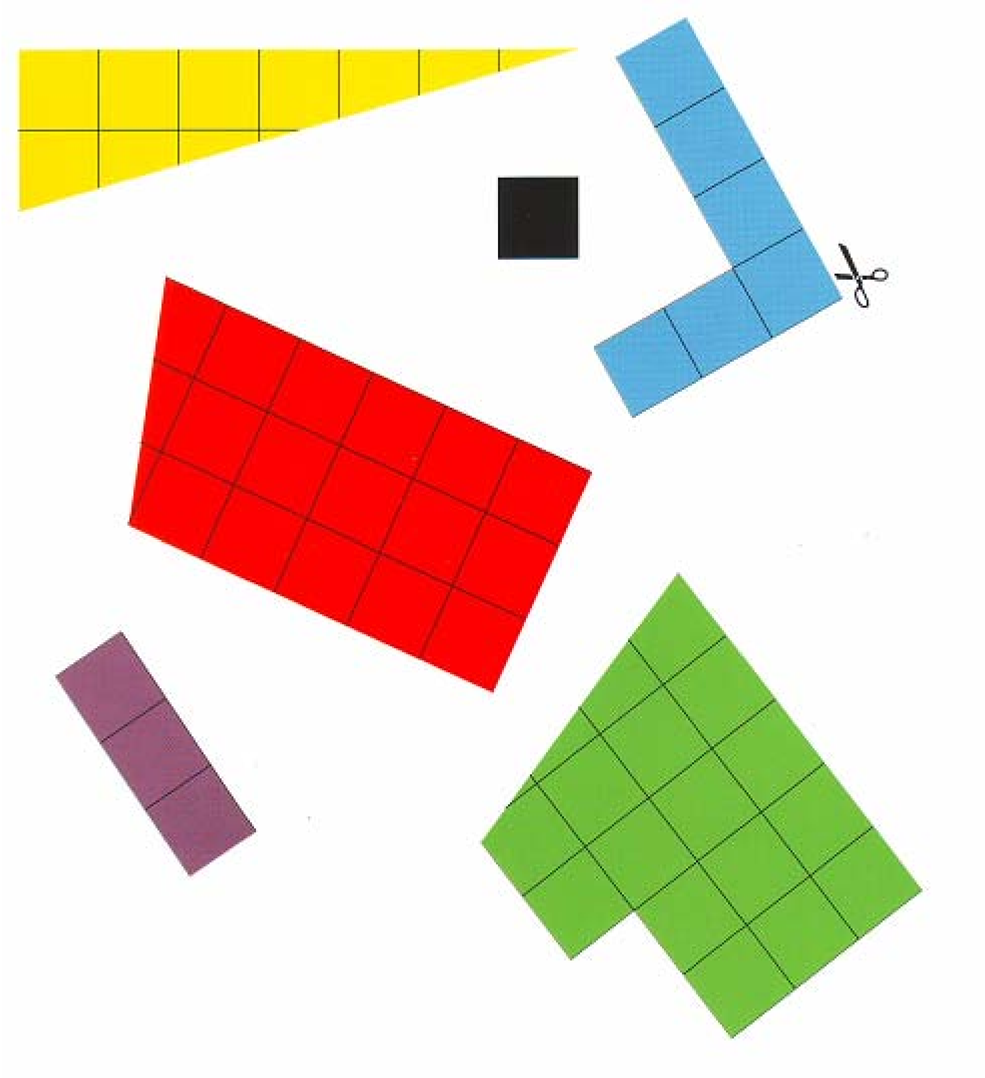
Currys   Paradoxon

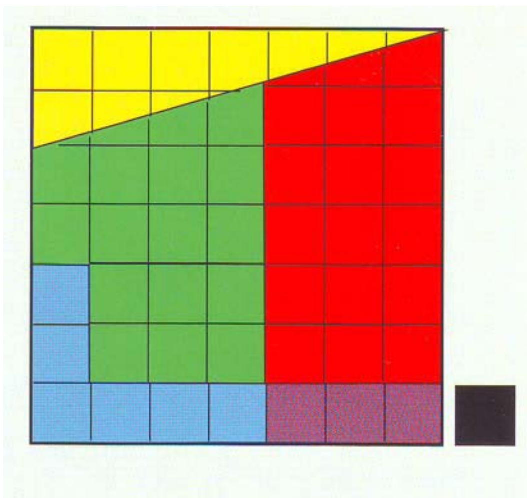


Schneidet man die Farbflächen des Quadrats aus, erhält man sechs Teile. Das kleine schwarze Quadrat wird beiseite gelegt. Aus den übrigen fünf Teilen ist die leere Fläche lückenlos und ohne Überschneidungen zu füllen.

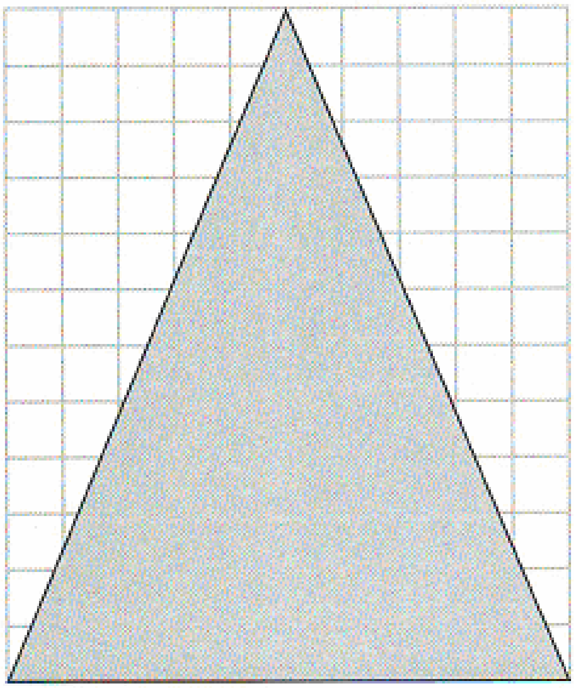


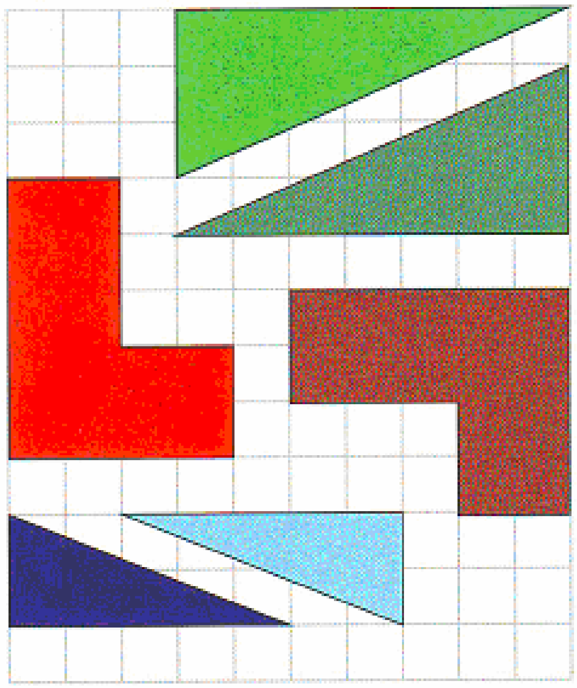
Currys Paradoxon Vorlage Lösung

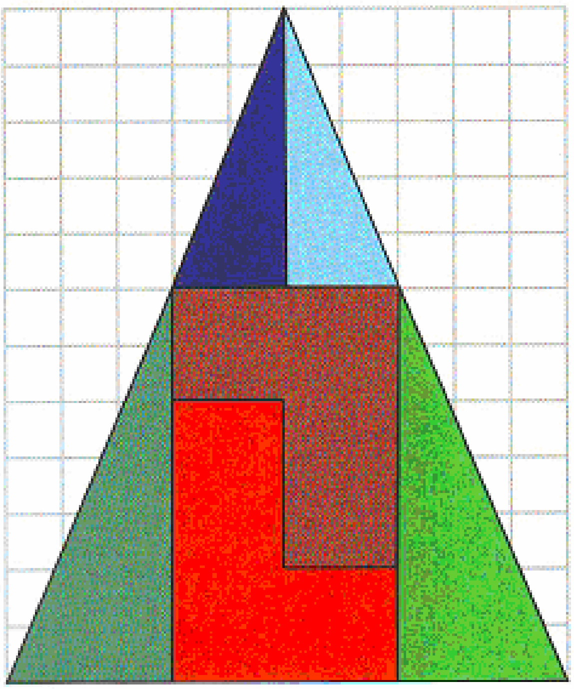




Currys paradoxes dreieck

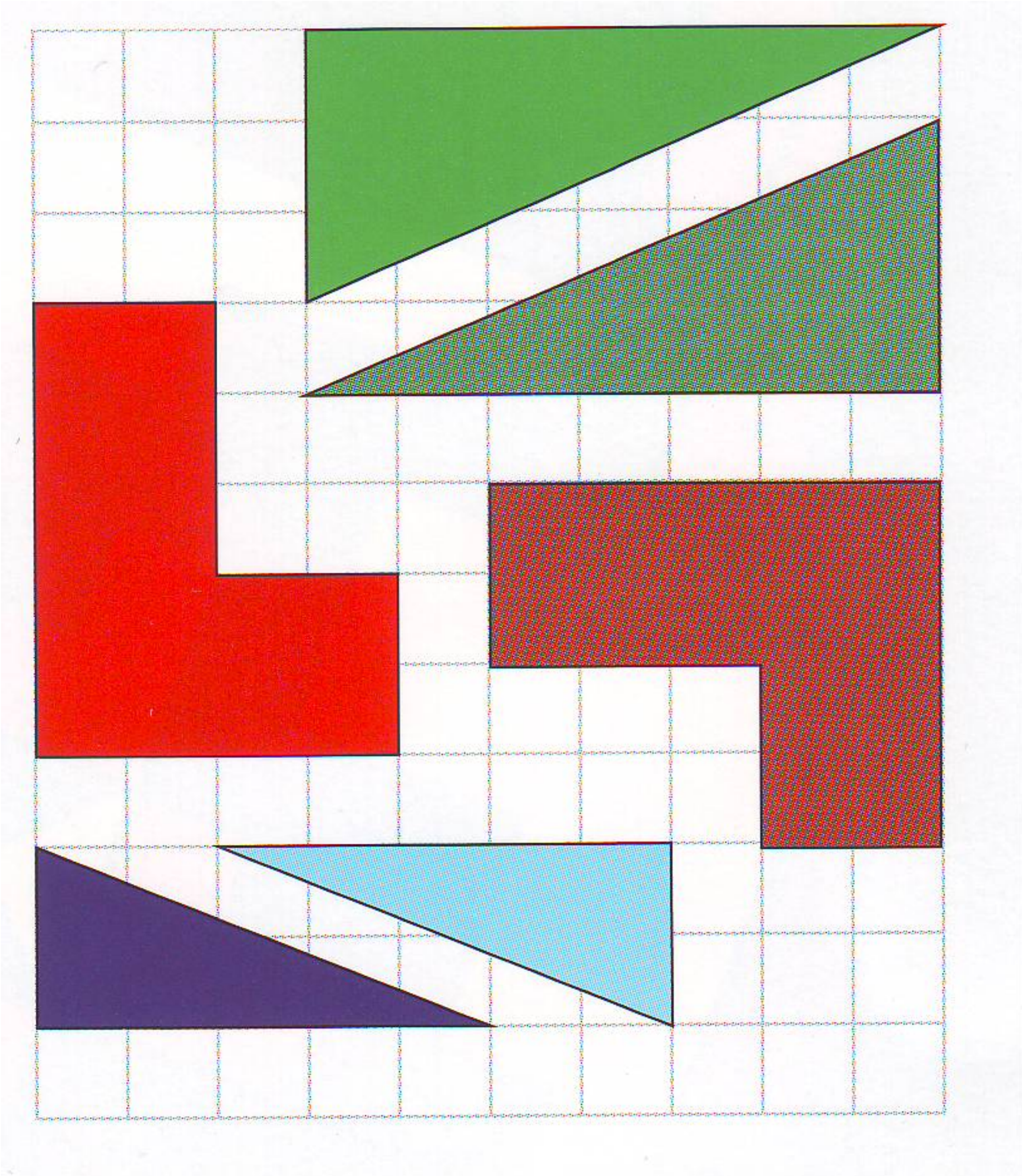


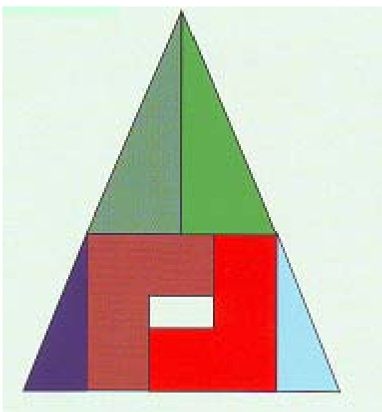




Das graue gleichschenkelige Dreieck hat eine Fläche von 60 Kästchen. Zusammen bedecken die sechs Teile auf dem Bild rechts oben die gleiche Fläche. Wie kann man diese Teile auf dem grauen Dreieck so auslegen, dass im Inneren ein größeres Loch verbleibt, ohne dass sich die Teile überlappen?

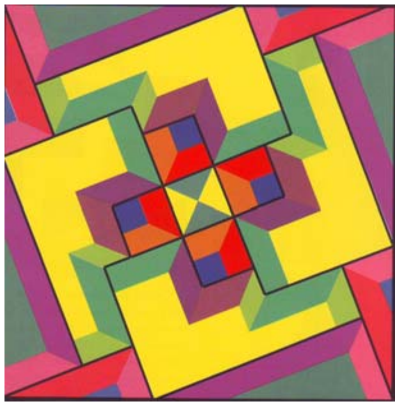
Currys paradoxes dreieck Vorlage Lösung





Das Verschwundene Mittelfeld

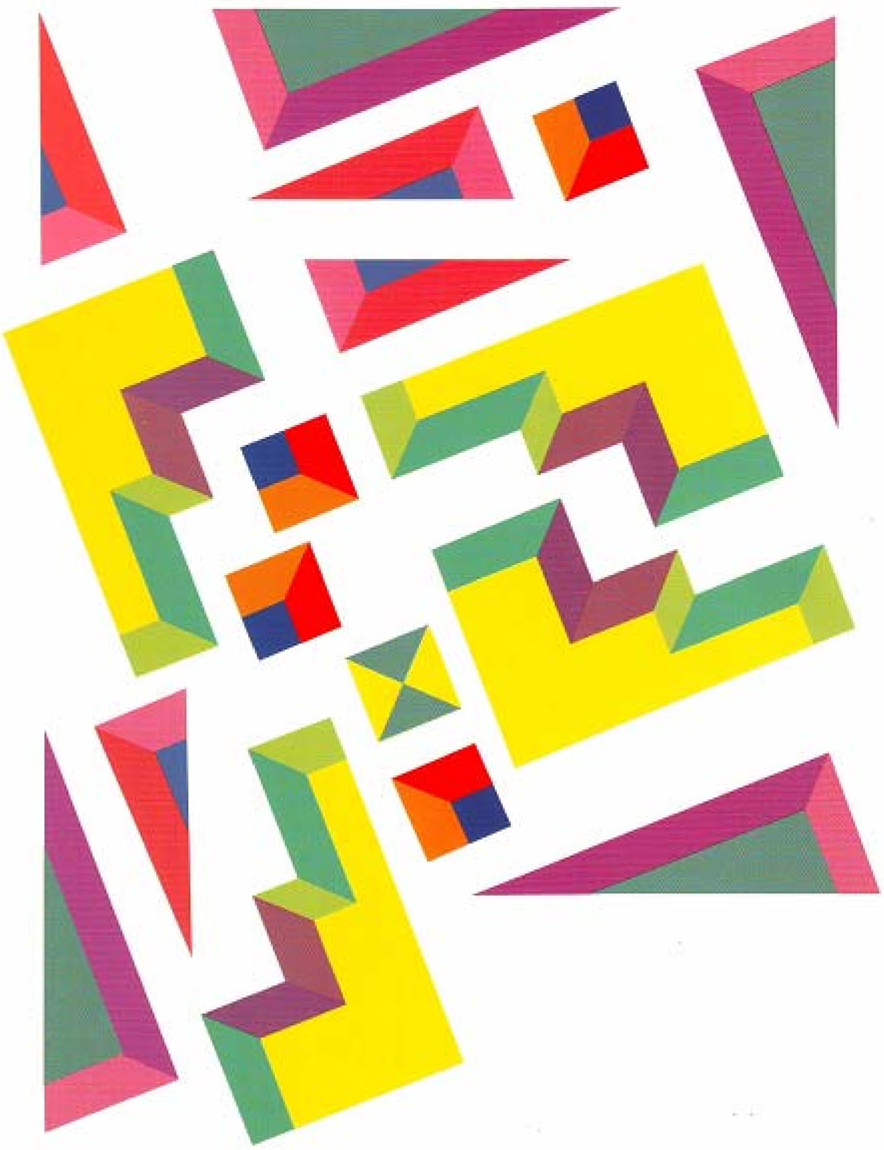
Schneidet man das Muster entlang der schwarzen Linien aus, erhält man 17 Teile. Diese 17 Teile findet man auf der nächsten Seite.



Erste Aufgabe:
Zunächst soll das ursprüngliche Muster im leeren Rahmen unten nachgebildet werden. Dann nimmt man es wieder auseinander und legt das kleine gelbgrüne Quadrat in der Mitte beiseite.

Zweite Aufgabe:
Nun soll aus den noch übrigen 16 Teilen ein lückenloses Quadrat in dem schwarzen Rahmen gelegt werden. Das klingt, als sei es unmöglich. Aber es geht. Fragt sich nur, was mit der Fläche des kleinen gelbgrünen Quadrats passiert?

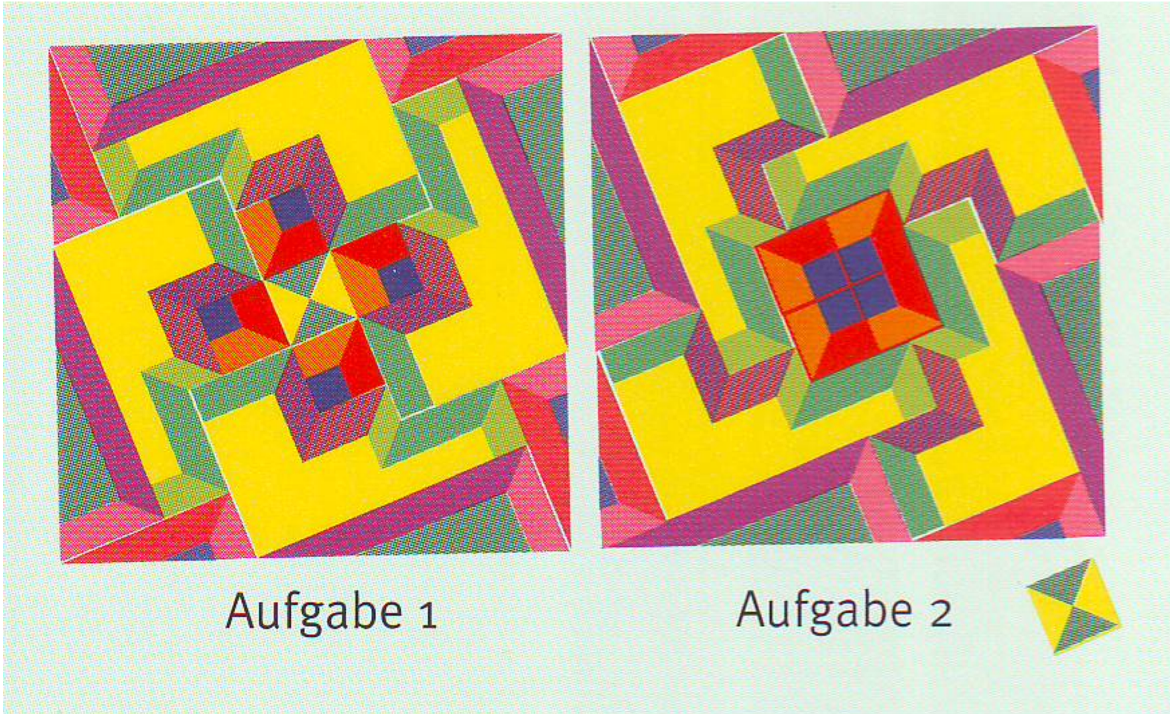
Das Verschwundene Mittelfeld Vorlage



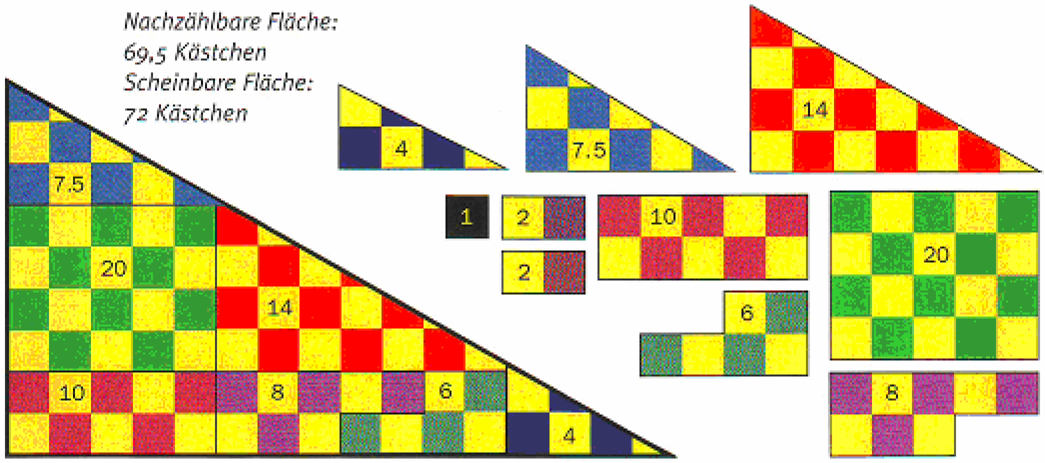
Das Verschwundene Mittelfeld

Lösung

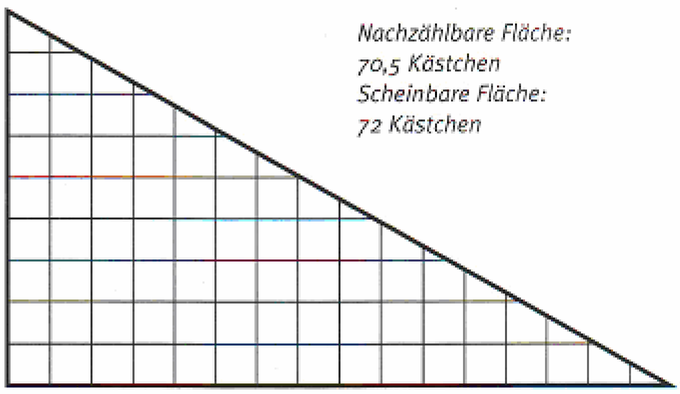
Auf den ersten Blick mag es erscheinen, als seien die beiden Quadrate gleich groß. Aber es gibt nun mal keine Wunder in der Geometrie. Die beiden Flächen können einfach nicht gleich groß sein. Das Quadrat ohne gelbgrünes Mittelfeld ist kleiner, aber so gering, dass man es fast nicht merkt. Die fehlende Fläche muss exakt so groß sein wie dieses kleine, augenscheinlich „überflüssige“ Quadrat. Die geschickt im Quadrat ausgelegten Teile lassen zwischen dem äußeren Rand und dem schwarzen Rahmen einen vernachlässigenswerten dünnen Streifen frei. Bei der etwas verwirrenden Farbgebung fällt das nicht auf und man meint, die beiden Quadrate seien gleich groß.



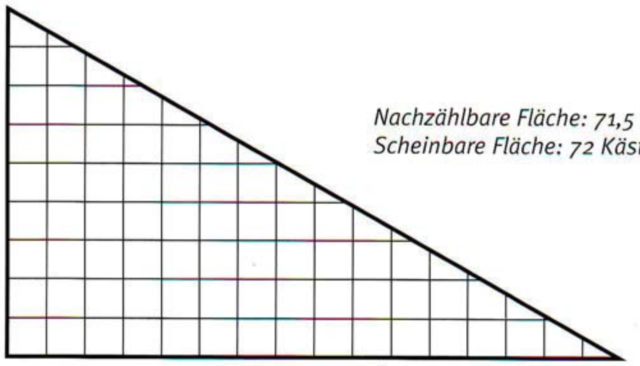
Paradoxe dreiecke



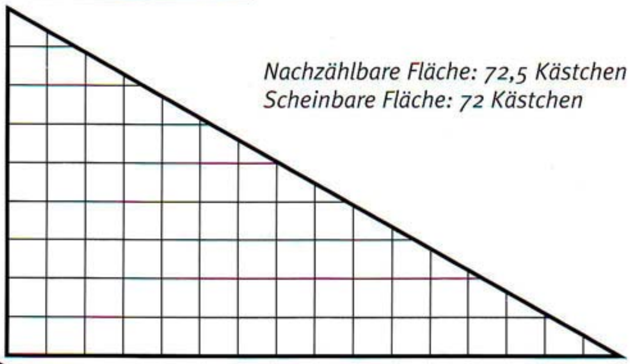
Kopiert man die zehn Teile, klebt sie auf Karton und schneidet sie aus, kann man sie auf dem Raster des Dreiecks auslegen. Das 9 x 16-Dreieck hat eine Fläche von 72 Kästchen. Es gibt sechs unterschiedliche Möglichkeiten, die drei schrägen Teile entlang der Hypotenuse zu platzieren. Eine mögliche Lösung zeigt das Dreieck links oben, auf dem – nachzählbar – 69,5 Kästchen liegen. Bei den noch fehlenden fünf Anordnungen benötigen einige mehr, andere weniger Kästchen als das darunterliegende Raster.



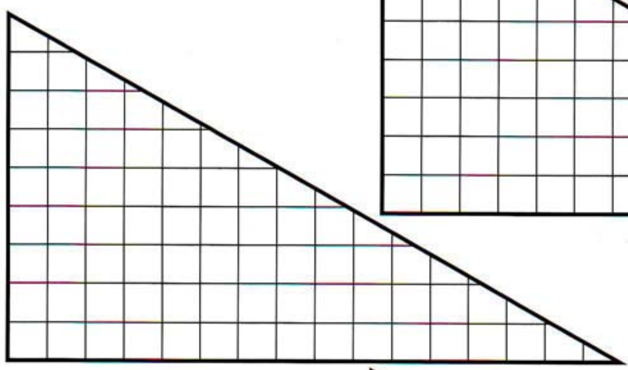
Paradoxe dreiecke Fortsetzung



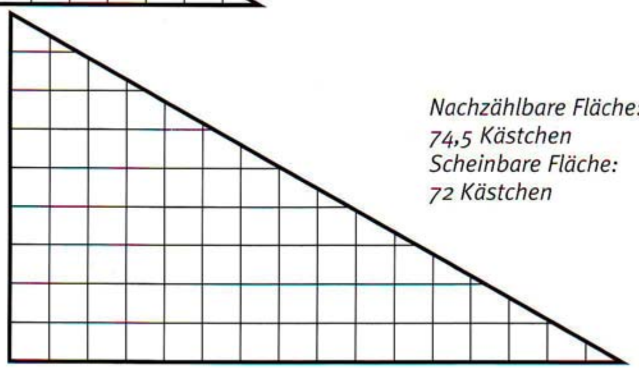
Nachzählbare Fläche: 71,5 Kästchen
Scheinbare Fläche: 72 Kästchen



Nachzählbare Fläche: 72,5 Kästchen
Scheinbare Fläche: 72 Kästchen



Nachzählbare Fläche:
73,5 Kästchen
Scheinbare Fläche:
72 Kästchen



Nachzählbare Fläche:
74,5 Kästchen
Scheinbare Fläche:
72 Kästchen

Paradoxe dreiecke

Lösung