

# **Dynamische Raumgeometrie-Systeme als Konstruktionswerkzeuge für den Mathematikunterricht**

40. Österreichische Fortbildungstagung für Geometrie  
vom 7. bis 9. November 2019 im  
Bundesinstitut für Erwachsenenbildung (BIFEB)  
in Strobl am Wolfgangsee

Olaf Knapp

Theodor-Heuss-Realschule Konstanz (D)

[olafknapp@gmx.de](mailto:olafknapp@gmx.de)

[www.olafknapp.de](http://www.olafknapp.de)

# Inhalt

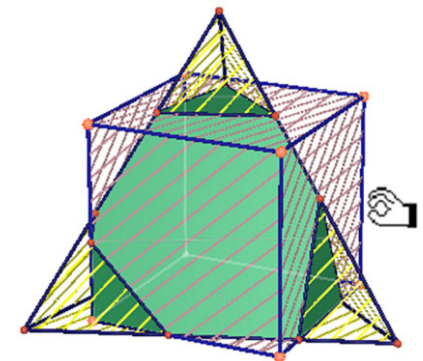
## A Vorbemerkungen

## B Dynamische Raumgeometrie-Systeme

## C Formative Analysen

## D Empirische Studien

## E Schlussbemerkungen



# Vorbemerkungen

## Mathematische Bildung und Technologie?

“Technology is essential in teaching and learning mathematics, it influences the mathematics that is taught and enhances students’ learning.”

**(National Council of Teachers of Mathematics/NCTM 2017)**

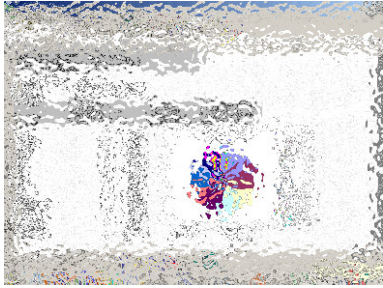
„Es geht auch hier nicht mehr um die Frage, ob digitale Medien bzw. Werkzeuge benutzt werden sollen oder nicht, sondern allein um das Wie.“

**(Gesellschaft für Didaktik der Mathematik /GDM 2017)**

“Vidare ska skrivningarna bidra till att förstärka och tydliggöra [...] i undervisningen som en del av den digitala kompetensen, framför allt i ämnena matematik [...] i grundskolan och motsvarande skolformer.”

**(Skolverket 2016)**

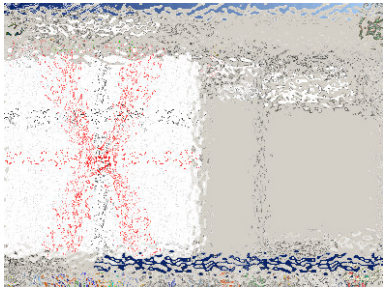
# Beispiele zum Lernen von Mathematik in der Schule unter Nutzung digitaler Werkzeuge



Tabellenkalkulations-Systeme



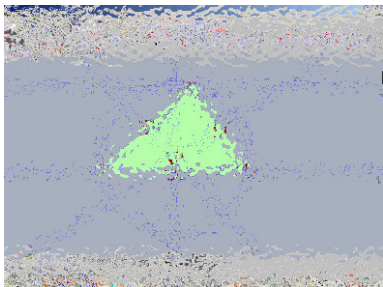
Computeralgebra-Systeme



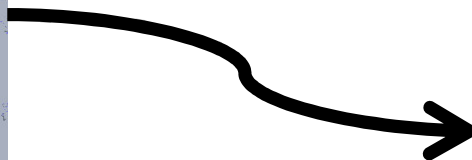
Funktionsplotter



Statistische Paket-Systeme



Dynamische Geometrie-Systeme

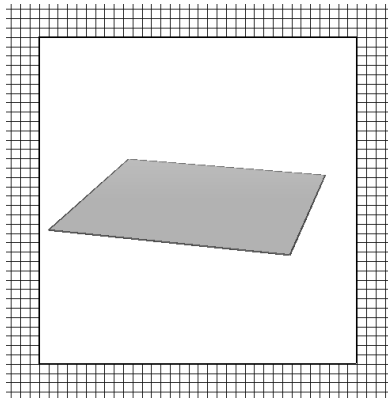


DRGS

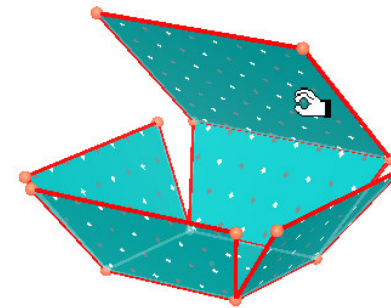
# Dynamische Raumgeometrie-Systeme (DRGS)

## Essentielle Bestandteile (4 Paradigmen)

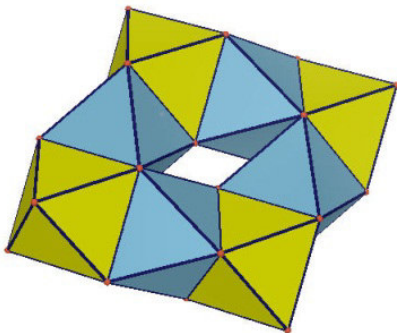
### *Raumszenerie-Paradigma*



### *Zugmodi-Paradigma*



### *Konstruktions-Paradigma*



### *Gebrauchstauglichkeits-Paradigma*

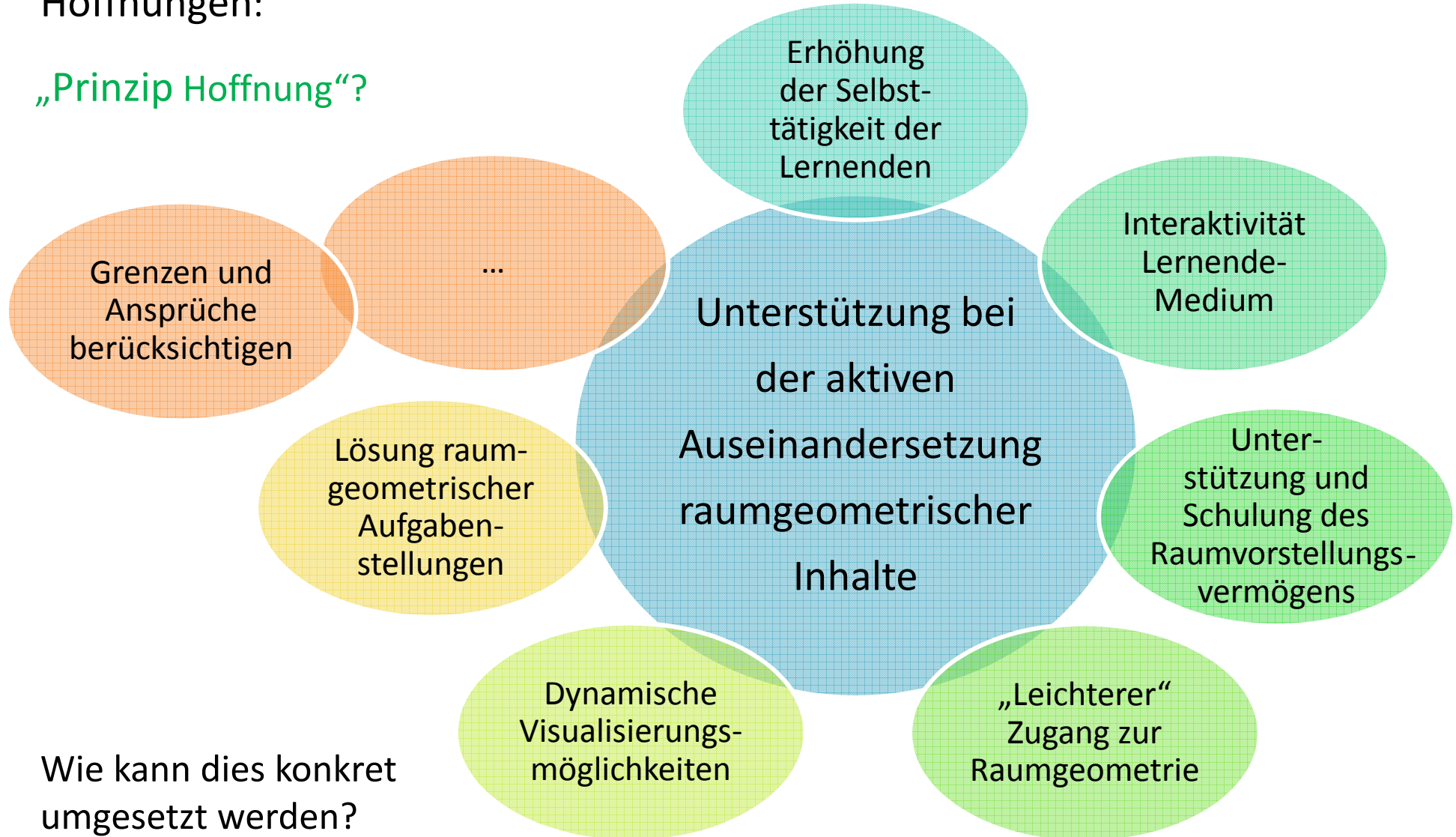


(Schumann 2007; Knapp 2012)

# Sollen DRGS in Schulen eingesetzt werden?

Hoffnungen:

„Prinzip Hoffnung“?



Wie kann dies konkret umgesetzt werden?

# Fokus

---

- **Grafische Benutzeroberfläche (GUI)**
- **DRGS** für das schulische Lehren und Lernen von Mathematik
- **Synthetische Raumgeometrie**
- **10-18 jährige** Lernende
- **Curriculumaffine** Anwendungen

# Empirische Studien zu DRGS

## Weltweite empirische Studien

([Sanz 2006](#))

([Güven & Kosa 2008](#))

([Hattermann 2011](#))

([Mackrell 2008](#))

([Mithalal 2010](#))

([Salazar 2011](#))

([Subroto 2011](#))

([Valloa et al. 2015](#))

# Defizite in der Forschung

---

Mangel an

- quantitativen empirischen Studien
- Untersuchungen mit mehr als zwei DRGS
- Lernenden der Sekundarstufe I als Probanden
- allgemein bildenden Schulen im Untersuchungsdesign
- unterschiedlich komplexen Aufgaben

# Ein Forschungsprojekt

---

## „Vergleichende Analysen DRGS für die Schule“

Beschränkte Ressourcen der Lehrkräfte:

„Welches DRGS soll ich verwenden?“

### **Zentrales Ziel:**

Finden des DRGS mit dem größten schulischen Potential

# Ein Forschungsprojekt – Formative Analysen

## Meilensteine:

### Theoretische Analysen:

### Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Identifizierung DRGS

Knapp 2003/2011 entwickelte einen Katalog mit 162 Einzelkriterien, welche für einen Vergleich von DGS herangezogen werden können. Diese werden unter folgende Hauptkriterien subsumiert:

- *Hilfeoptionen* (z.B. Selbsterklärung des Programms bei der Installation, kontextuelle Hilfeseite für einzelne Werkzeuge, Handbuchaufruf etc.)
- *Standardwerkzeuge* (z.B. Punkterzeugung, Punkterzeugung auf Objekte, Winkelerzeugung etc.)
- *Erweiterte Werkzeuge* (z.B. Objektlöschung, Konstruktionsbeschreibung aufrufbar, Tabellierungsfunktion etc.)
- *Ortslinien* (z.B. Ortslinien als eigene Objekte, Ortslinienattribute veränderbar, automatische Ortslinienerzeugung etc.)
- *Animationen* (z.B. Animationsgeschwindigkeit einstellbar, mehrere Animationen gleichzeitig erstellbar, Fundus von Animationen etc.)
- *Abbildungsoptionen* (z.B. Punktspiegelungen, Achsenspiegelungen, Drehungen etc.)
- *Koordinatenschnittstelle* (z.B. Koordinatensystem zuschaltbar, Gitternetz zuschaltbar, Magnetisierung von Gitterpunkten etc.)
- *Aufgabenmodus* (z.B. Aufgabensammlung enthalten, Kommentierung der Nutzereingaben möglich, mehrere Lösungswege möglich etc.)
- *Einflussmöglichkeiten des Nutzers* (z.B. Objektattribute veränderbar, Konstruktionsseiten skalier-/verschiebbar, Werkzeugeleiste adressatenkonfigurierbar etc.)
- *Webseitenerstellung* (z.B. Appletexport, Hintergrundbilder integrierbar, CSS integrierbar etc.)
- *Zusatzfunktionen* (z.B. Nachfrage bei unklarer Nutzereingabe, Snapshot erzeugbar, Befehlseingabe mittels visuellen und/oder beschreibendem Modus möglich etc.) (vgl. ebd., 307-320)

#### Analysis: Virtual space

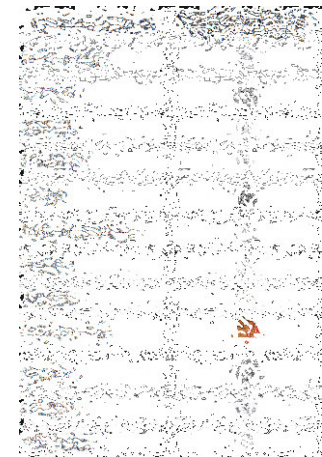
| Programs         | Virtual space for students implemented |
|------------------|--|
| Archimedes Geo3D | ✓                                      |
| Cabri 3D         | ✓                                      |
| Calques 3D       | ✓                                      |
| Descartes 3D     | ✓                                      |
| Euler 3D         | ✓                                      |
| GeoGebra 5       | ✓                                      |
| Geometria        | ✓                                      |
| GeomSpace        | ✓                                      |
| Geoplan-Geospace | ✓                                      |
| GEUP 3D          | ✓                                      |
| Vektoris 3D      | ✓                                      |
| WIRIS Desktop 2  | ✓                                      |

#### Analysis: Construct in virtual space

| Programs         | Constructions in virtual space possible |
|------------------|---|
| Archimedes Geo3D | ✓                                       |
| Cabri 3D         | ✓                                       |
| Calques 3D       | ✓                                       |
| Descartes 3D     | ✓                                       |
| Euler 3D         | ✓                                       |
| GeoGebra 5       | ✓                                       |
| Geometria        | ✓                                       |
| GeomSpace        | ✓                                       |
| Geoplan-Geospace | ✓                                       |
| GEUP 3D          | ✓                                       |
| Vektoris 3D      | ✓                                       |
| WIRIS Desktop 2  | ✓                                       |

#### Analysis: Dragmodi

| Dragmode         | Zoom-mode | Twist-mode      | Wander-mode     | Move-mode       | Dragging of geometric objects within the virtual space |
|------------------|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|--|
| Archimedes Geo3D | 4 r; M    | 4 l             | 3 r+l           | 0               | 4 l  |
| Cabri 3D         | 1 l       | 4 r             | 0               | 3 l             | 3 l  |
| Calques 3D       | 1 l       | 3 l             | 0               | 0               | 3 l  |
| Descartes 3D     | 4 r       | 4 l             | 1 l             | 1 l             | 1 l  |
| Euler 3D         | 4 r       | 4 l             | 3 l             | 3 l             | 1 l  |
| GeoGebra 5       | 4 M       | 4 r             | 0               | 3 l             | 3 l  |
| Geometria        | 1 l       | 4 l; r oder r+l | 0               | 0               | 1 l  |
| GeomSpace        | 4 M       | 0               | 2 l; r oder r+l | 2 l; r oder r+l | 1 l  |
| Geoplan-Geospace | 1 l       | 4 r             | 0               | 0               | 4 l  |
| GEUP 3D          | 3 l       | 4 l             | 3 r             | 0               | 3 l  |
| Vektoris 3D      | 4 r; M    | 4 l             | 0               | 0               | 1 l  |
| WIRIS Desktop 2  | 1 l       | 4 r oder r+l    | 0               | 3 l             | 1 l; r oder r+l  |



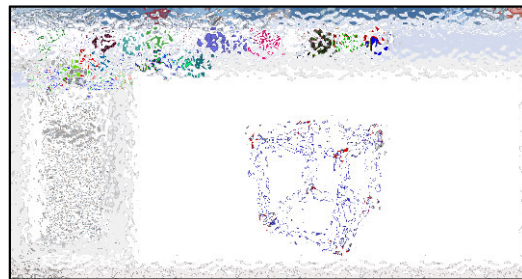
# Ein Forschungsprojekt

## Meilensteine:

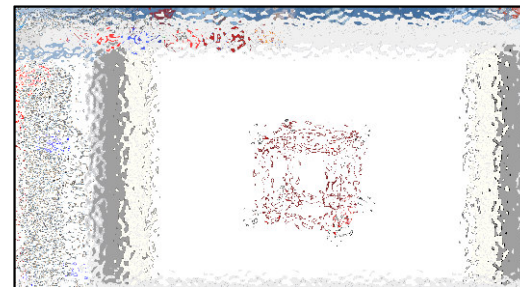
### *Theoretische Analysen:*

Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Identifizierung DRGS  
Identifizierung DRGS aus einer Auswahl an Systemen

## DRGS



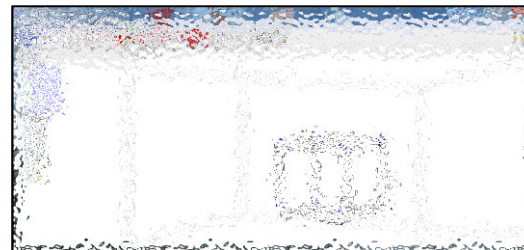
Archimedes Geo3D



Cabri 3D



Geoplan-Geospace



GeoGebra 5



GEUP 3D

# Ein Forschungsprojekt

## Meilensteine:

### *Theoretische Analysen:*

Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Identifizierung DRGS

Identifizierung DRGS aus einer Auswahl an Systemen

Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Funktionalitätsanalyse

### Analyse der 527 Einzelkriterien in 15 Hauptkategorien



Darstellungsfunktionen

Hilfefunktionen

Standardwerkzeuge

Erweiterte Werkzeuge

Räumliche Grund- und Postulatkonstruktionen

Mess- und Berechnungsfunktionen

Ortslinien, Ortsflächen und Rotationskörper

Animationen

Abbildungsfunktionen

Koordinatenschnittstelle

Aufgabenmodus

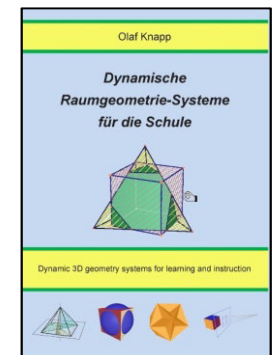
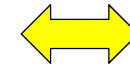
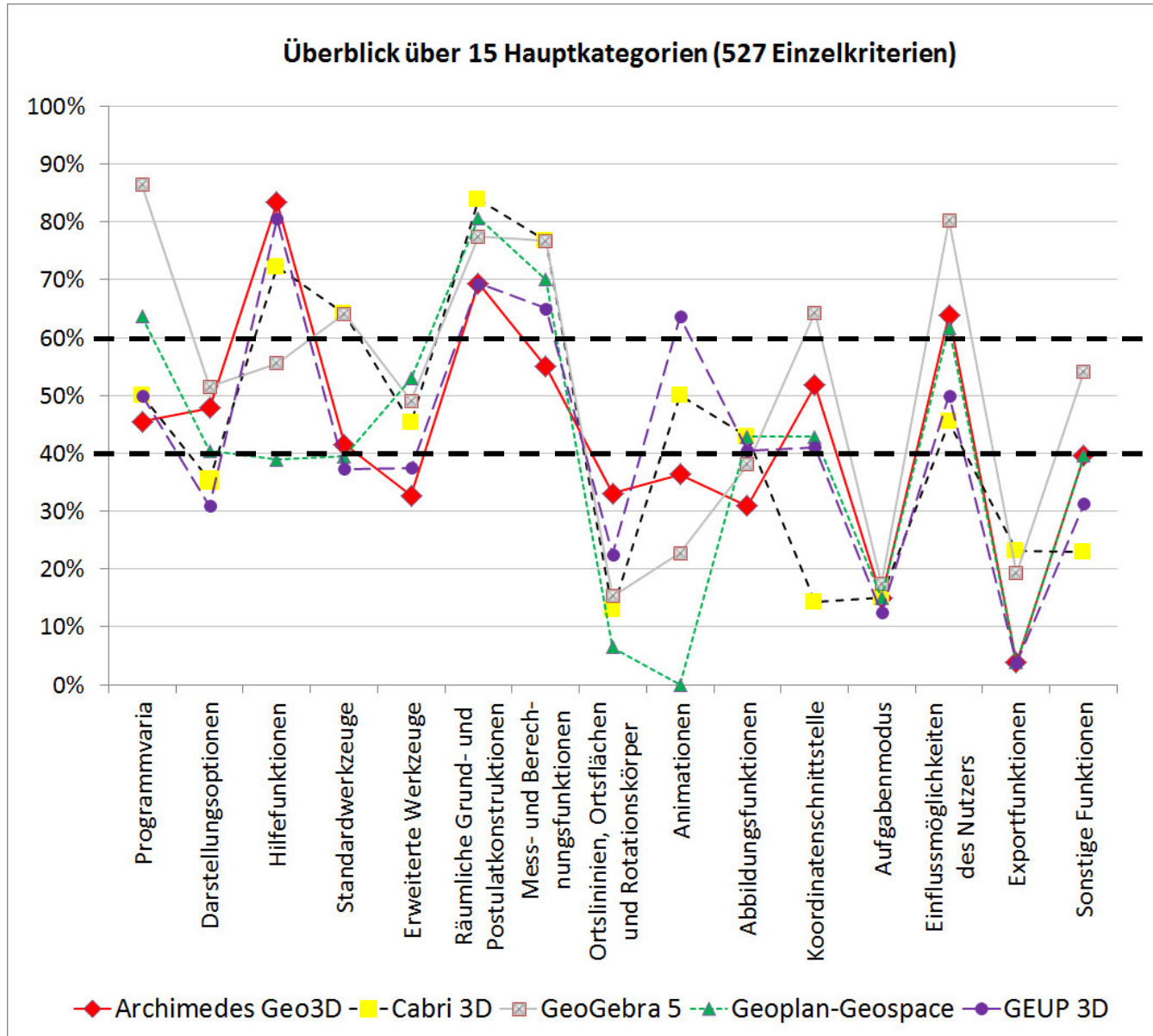
Nutzereinfluss

Exportfunktionen

Programmvaria

Sonstige Funktionen

# Analyse der Funktionalität DRGS



(233 ff.)

# Analyse der Funktionalität DRGS

Vorbemerkungen

DRGS

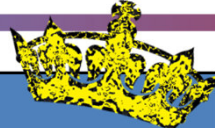
Formative Analysen

Empirie

Schlussbemerkungen

| DRGS \ Hauptkategorie                       | Archimedes Geo3D | Cabri 3D | GeoGebra 5 | Geoplan-Geospace | GEUP 3D |
|---|------------------|----------|------------|------------------|---------|
| Programmvaria                               | ↔                | ↔        | 😊          | 😊                | ↔       |
| Darstellungsoptionen                        | ↔                | 🚫        | ↔          | ↔                | 🚫       |
| Hilfefunktionen                             | 😊                | 😊        | ↔          | 🚫                | 😊       |
| Standardwerkzeuge                           | ↔                | 😊        | 😊          | 🚫                | 🚫       |
| Erweiterte Werkzeuge                        | 🚫                | ↔        | ↔          | ↔                | 🚫       |
| Räumliche Grund- und Postulatkonstruktionen | 😊                | 😊        | 😊          | 😊                | 😊       |
| Mess- und Berechnungsfunktionen             | ↔                | 😊        | 😊          | 😊                | 😊       |
| Ortslinien, Ortsflächen und Rotationskörper | 🚫                | 🚫        | 🚫          | 🚫                | 🚫       |
| Animationen                                 | 🚫                | ↔        | 🚫          | 🚫                | 😊       |
| Abbildungsfunktionen                        | 🚫                | ↔        | 🚫          | ↔                | ↔       |
| Koordinatenschnittstelle                    | ↔                | 🚫        | 😊          | ↔                | ↔       |
| Aufgabenmodus                               | 🚫                | 🚫        | 🚫          | 🚫                | 🚫       |
| Nutzereinfluss                              | 😊                | ↔        | 😊          | 😊                | ↔       |
| Exportfunktionen                            | 🚫                | 🚫        | 🚫          | 🚫                | 🚫       |
| Sonstige Funktionen                         | ↔                | 🚫        | ↔          | ↔                | 🚫       |

# Analyse der Funktionalität DRGS



| DRGS \ Hauptkategorie                       | Archimedes Geo3D | Cabri 3D  | GeoGebra 5 | Geoplan-Geospace | GEUP 3D   |
|---|------------------|-----------|------------|------------------|-----------|
| Programmvaria                               | 5                | 3         | 1          | 2                | 3         |
| Darstellungsoptionen                        | 2                | 4         | 1          | 3                | 5         |
| Hilfefunktionen                             | 1                | 3         | 4          | 5                | 2         |
| Standardwerkzeuge                           | 3                | 1         | 1          | 4                | 5         |
| Erweiterte Werkzeuge                        | 5                | 3         | 2          | 1                | 4         |
| Räumliche Grund- und Postulatkonstruktionen | 4                | 1         | 3          | 2                | 4         |
| Mess- und Berechnungsfunktionen             | 5                | 1         | 1          | 3                | 4         |
| Ortslinien, Ortsflächen und Rotationskörper | 1                | 4         | 3          | 5                | 2         |
| Animationen                                 | 3                | 2         | 4          | 5                | 1         |
| Abbildungsfunktionen                        | 5                | 1         | 4          | 1                | 3         |
| Koordinatenschnittstelle                    | 2                | 5         | 1          | 3                | 4         |
| Aufgabenmodus                               | 2                | 2         | 1          | 2                | 5         |
| Einflussmöglichkeiten des Nutzers           | 2                | 5         | 1          | 3                | 4         |
| Exportfunktionen                            | 3                | 1         | 2          | 3                | 3         |
| Sonstige Funktionen                         | 2                | 5         | 1          | 2                | 4         |
| <b>Rangsummen</b>                           | <b>45</b>        | <b>41</b> | <b>30</b>  | <b>44</b>        | <b>53</b> |

# Ein Forschungsprojekt - Empirie

## Meilensteine:

### *Theoretische Analysen:*

Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Identifizierung DRGS  
Identifizierung DRGS aus einer Auswahl an Systemen  
Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Funktionalitätsanalyse  
Entwicklung und Evaluation eines empirischen  
Untersuchungsdesigns (Instrumentarium, Methodologie etc. )

Quasi-experimentelles Untersuchungsdesign

# Ein Forschungsprojekt

## Meilensteine:

### *Theoretische Analysen:*

Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Identifizierung DRGS  
Identifizierung DRGS aus einer Auswahl an Systemen  
Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Funktionalitätsanalyse  
Entwicklung und Evaluation eines empirischen  
Untersuchungsdesigns (Instrumentarium, Methodologie etc.)

### *Praktische Analysen:*

Empirische Evaluation des Untersuchungsdesigns (s.o.)



# Ein Forschungsprojekt

## Meilensteine:

### *Theoretische Analysen:*

Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Identifizierung DRGS  
Identifizierung DRGS aus einer Auswahl an Systemen  
Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Funktionalitätsanalyse  
Entwicklung und Evaluation eines empirischen  
Untersuchungsdesigns (Instrumentarium, Methodologie etc.)

### *Praktische Analysen:*

Empirische Evaluation des Untersuchungsdesigns (s.o.)  
Empirische Studien zur Identifizierung DRGS  
aus einer Auswahl an Systemen



# Ein Forschungsprojekt

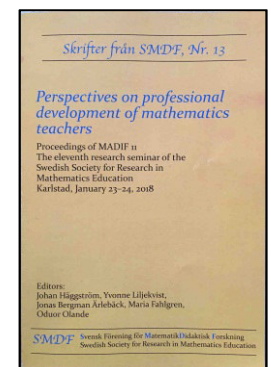
## Meilensteine:

### *Theoretische Analysen:*

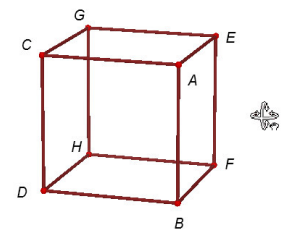
Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Identifizierung DRGS  
 Identifizierung DRGS aus einer Auswahl an Systemen  
 Entwicklung eines Kriterienkataloges zur Funktionalitätsanalyse  
 Entwicklung und Evaluation eines empirischen  
 Untersuchungsdesigns (Instrumentarium, Methodologie etc.)

### *Praktische Analysen:*

Empirische Evaluation des Untersuchungsdesigns (s.o.)  
 Empirische Studien zur Identifizierung DRGS  
 aus einer Auswahl an Systemen  
 Empirische Studien zur Analyse des didaktischen,  
 schulpraktischen Potentials der DRGS



# Quantitative empirische Studie 1



12.2014 – 04.2015

5 unterschiedliche Schulklassen allgemein bildender Realschulen aus Baden-Württemberg

Intervenierende Variable

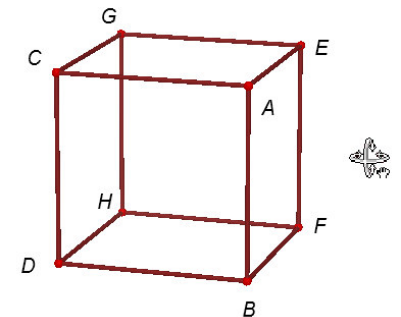
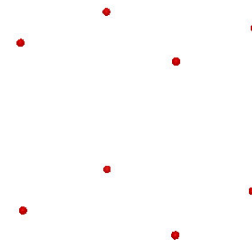
(Brickenkamp (2002); Horn (1969); Quaiser-Pohl et. al. (i.p.); Vandenberg & Kuse (1978))

Kovarianzanalyse

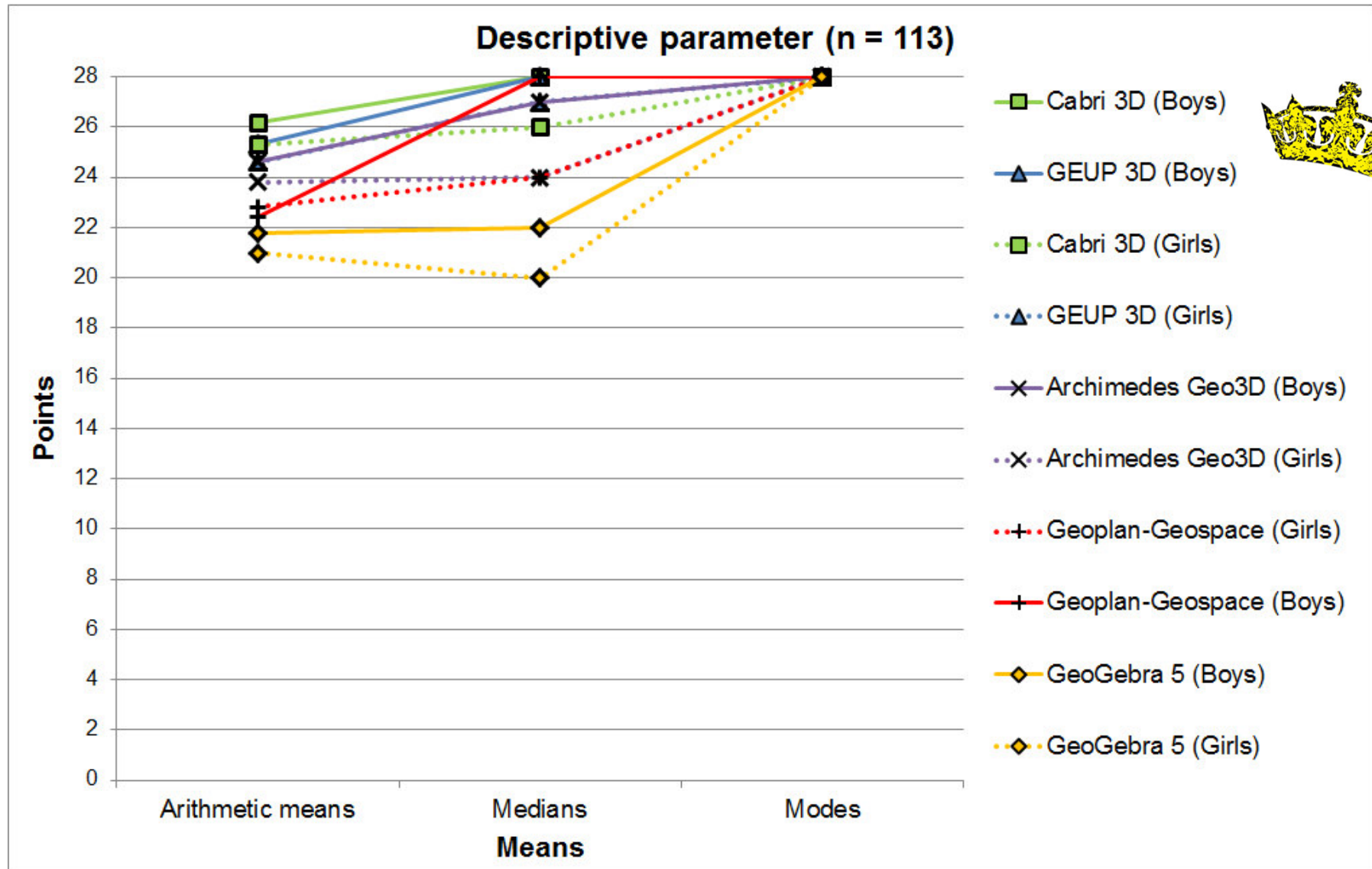
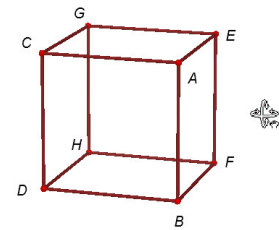
(Howell (2009); Kirk (1982); Montgomery (2012 ))

Beschränkungen

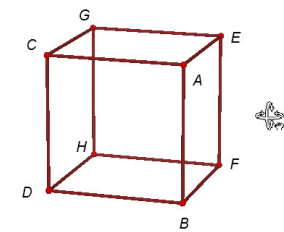
(z.B. einfache Konstruktionsaufgabe)



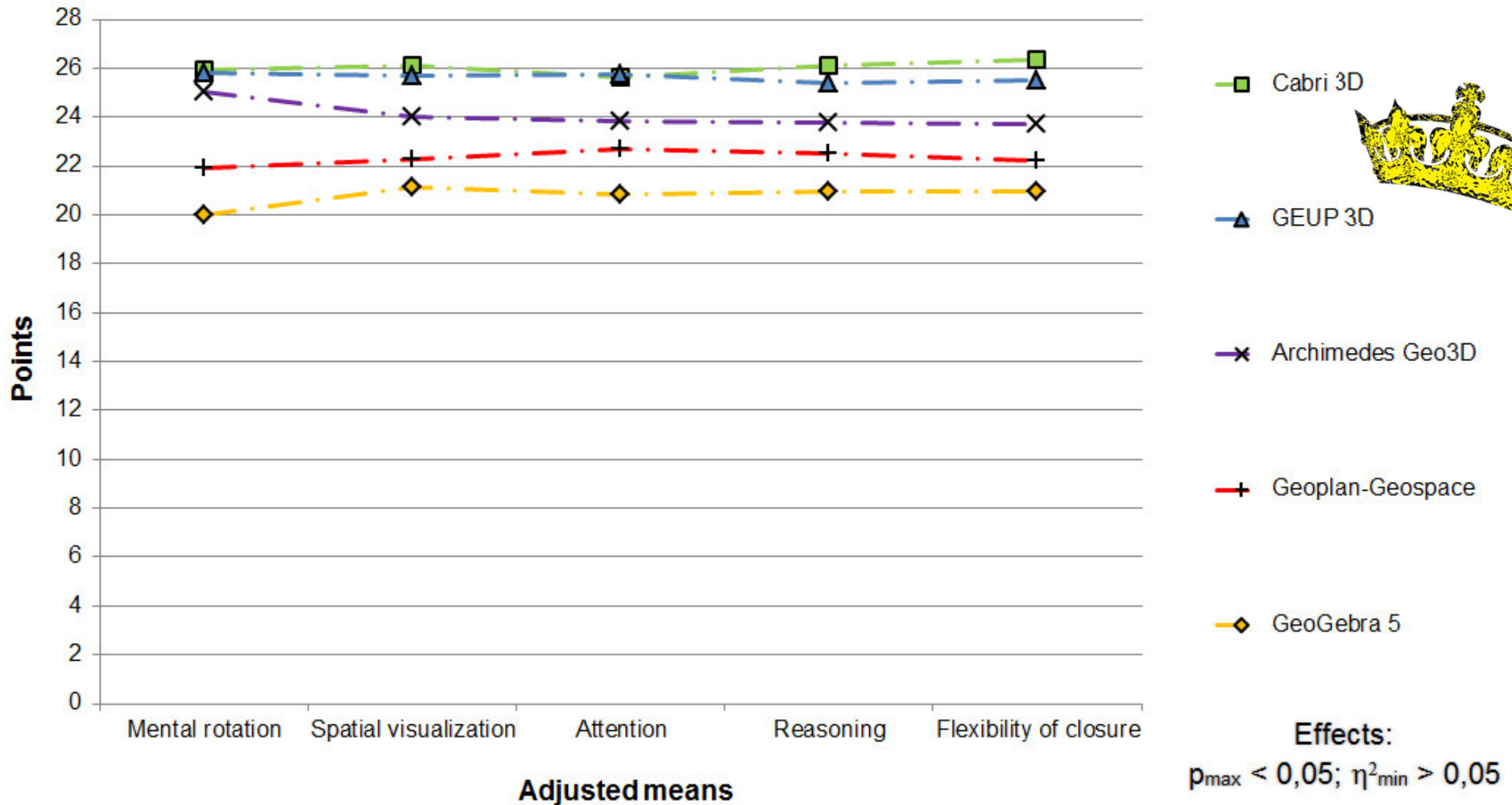
# Studie 1 („Würfel“): Ergebnisse I



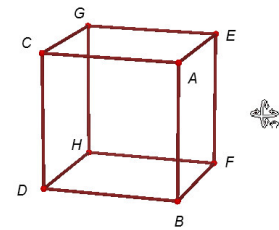
# Studie 1 („Würfel“): Ergebnisse II



Analysis of covariance: Construction of a cube (n = 113)



# Studie 1 („Würfel“): Ergebnisse III



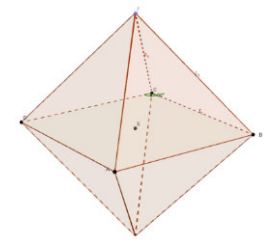
Alle Probanden erreichten mehr als 35% der Maximalpunktzahl.

In allen untersuchten DRGS zeigten die (adjustierten) Mittelwerte mindestens 71% der Maximalpunktzahl.

Es wurden keine signifikanten geschlechtsspezifischen Unterschiede gefunden.

„Cabri 3D“ und „GEUP 3D“ zeigten - außer in den Modalwerten - immer die höchsten (signifikanten adjustierten) Mittelwerte.

# Quantitative empirische Studie 2



02.2015 – 04.2015

5 unterschiedliche Schulklassen allgemein bildender Realschulen  
aus Baden-Württemberg

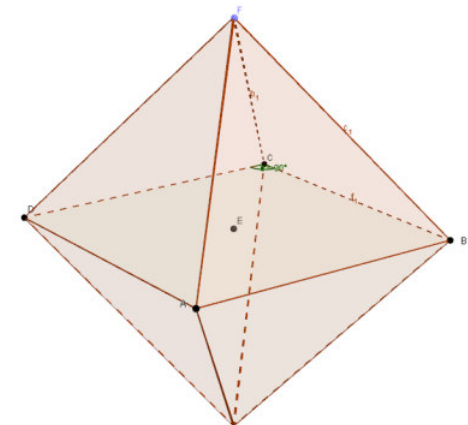
Intervenierende Variable

(Brickenkamp (2002); Horn (1969); Quaiser-Pohl et. al. (i.p.); Vandenberg & Kuse (1978))

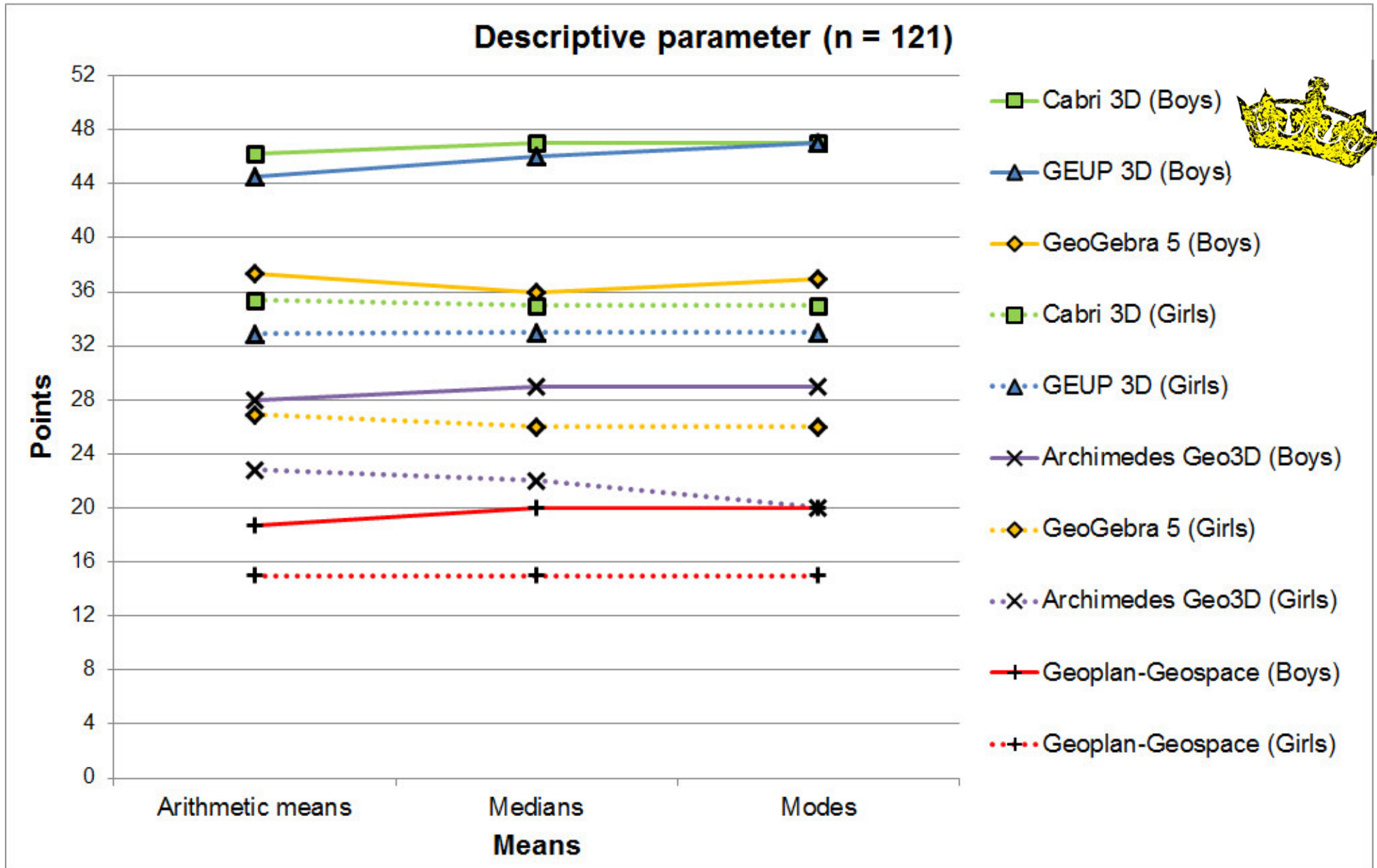
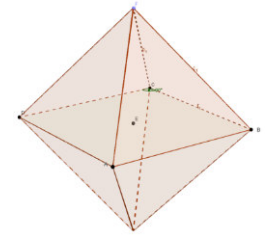
Kovarianzanalyse

(Howell (2009); Kirk (1982); Montgomery (2012 ))

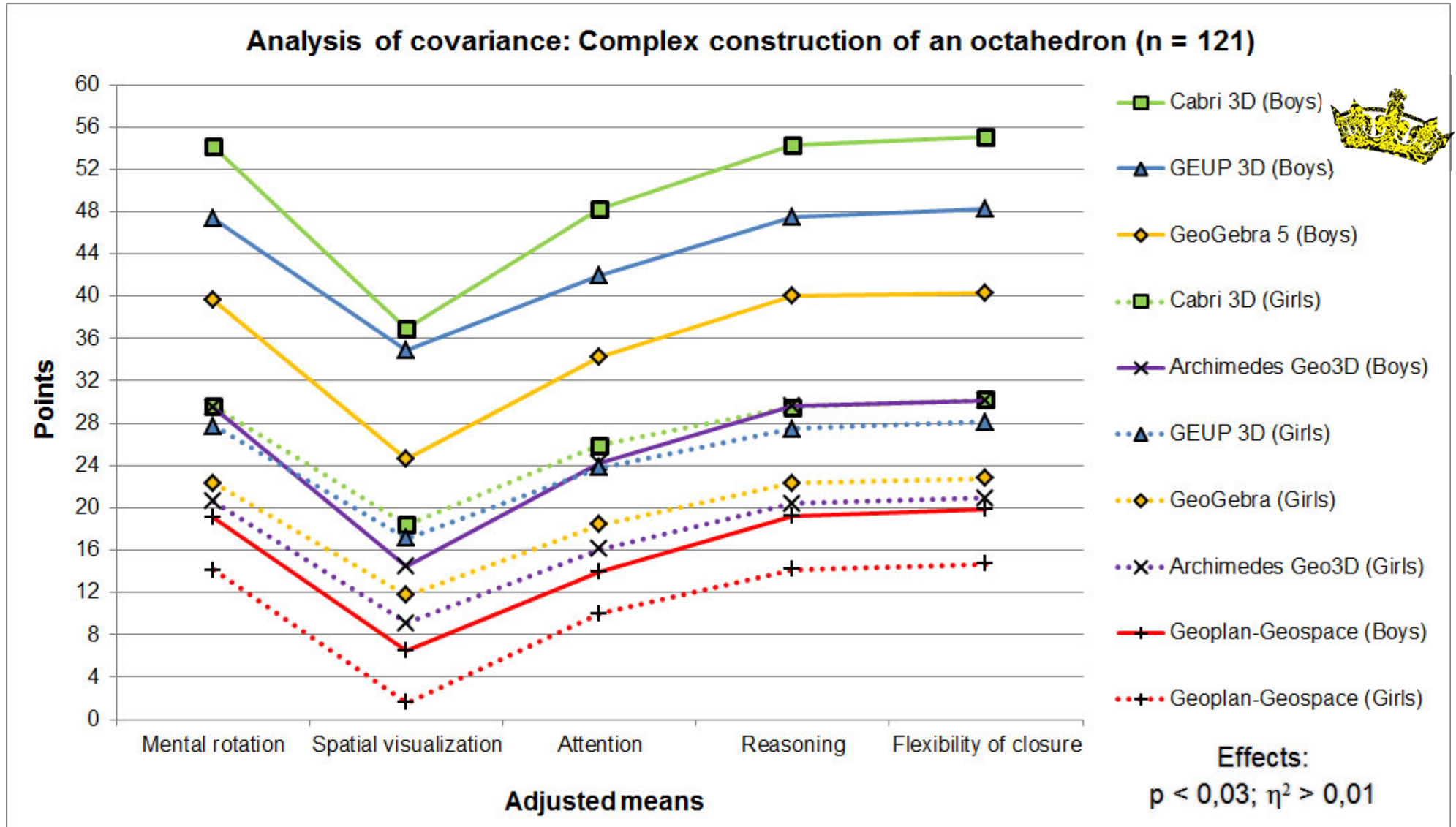
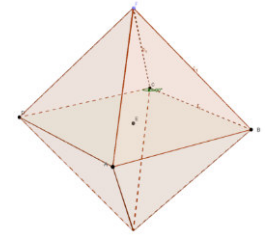
Beschränkungen  
(z.B. komplexere  
Konstruktionsaufgabe)



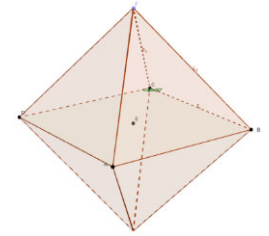
# Studie 2 („Oktaeder“): Ergebnisse I



# Studie 2 („Oktaeder“): Ergebnisse II



## Studie 2 („Oktaeder“): Ergebnisse III



Alle Probanden erreichten mehr als 17 % der Maximalpunktzahl.




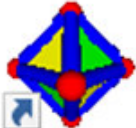

In allen untersuchten DRGS zeigten die (adjustierten) Mittelwerte mindestens 29 % der Maximalpunktzahl.

Es wurden signifikante geschlechtsspezifische Unterschiede gefunden.



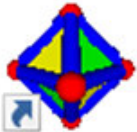


„Cabri 3D“ und „GEUP 3D“ zeigten fast immer die höchsten (signifikanten adjustierten) Mittelwerte.

# Schlussbemerkungen – Ein Fazit




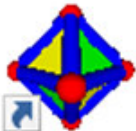

Funktionalität:

| 1  | 2  | 3   | 4  | 5  |
|--|--|---|--|--|
| <br>GeoGebra<br>5 | <br>Cabri 3D v2 | <br>Geoplan-<br>Geospace | <br>Archimedes<br>Geo3D | <br>GEUP 3D 5 |

Empirische  
Studie I: „Würfel“

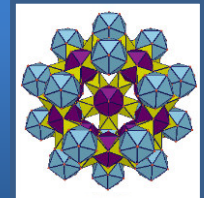
| 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |
|--|--|--|---|--|
| <br>Cabri 3D v2 | <br>GEUP 3D 5 | <br>Archimedes<br>Geo3D | <br>Geoplan-<br>Geospace | <br>GeoGebra<br>5 |

Empirische  
Studie II:  
„Oktaeder“

| 1  | 2  | 3  | 4  | 5   |
|--|--|--|--|---|
| <br>Cabri 3D v2 | <br>GEUP 3D 5 | <br>GeoGebra<br>5 | <br>Archimedes<br>Geo3D | <br>Geoplan-<br>Geospace |

# Schlussbemerkungen

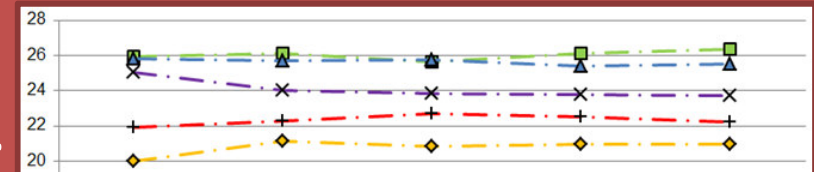
DRGS können das Lehren und Lernen raumgeometrischer Konstruktionen unterstützen und bereichern.



Das raumgeometrische Konstruieren im virtuellen Raum mit DRGS führt schnell zu ersten Erfolgen.



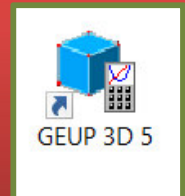
Es existieren statistische (signifikante) Mittelwertsunterschiede zwischen DRGS.



GeoGebra 5 ist ein sehr gutes DRGS und unterstützt das Lehren und Lernen von Mathematik.



**ABER:** Cabri 3D und GEUP 3D zeigen höhere Lern-effekte beim Konstruieren einer einfachen und komplexeren Konstruktionsaufgabe.



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

[olafknapp@gmx.de](mailto:olafknapp@gmx.de)

[www.olafknapp.de](http://www.olafknapp.de)

# Literatur

- Brickenkamp, R. (2002). *Test d 2 Aufmerksamkeits-Belastungs-Test*. 9. Auflage. Göttingen: Hogrefe.
- GDM (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik) (2017). *Positionspapier der GDM zur "Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft" des Bundes und der Länder*, [https://madipedia.de/images/6/6c/BMBF-KMK-Bildungsoffensive\\_PositionspapierGDM.pdf](https://madipedia.de/images/6/6c/BMBF-KMK-Bildungsoffensive_PositionspapierGDM.pdf), 1.
- Güven, B. & Kosa, T. (2008). The effect of dynamic geometry software on student mathematics teacher's spatial visualization skills, *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET* (October 2008; ISSN: 1303-6521), volume 7 issue 4, article 11, 100-107.
- Hattermann, M. (2011). *Der Zugmodus in 3D-dynamischen Geometriesystemen (DGS). Analyse von Nutzerverhalten und Typenbildung*. Dissertation. Wiesbaden: Vieweg & Teubner.
- Horn, W. (1969). *Prüfsystem für Schul- und Bildungsberatung P-S-B*. Göttingen: Hogrefe.
- Howell, D. C. (2009). *Statistical methods for psychology*. 7th ed. Belmont: Cengage Wadsworth.
- Kirk, R. E. (1982). *Experimental design* (ed. 2). Monterey, Ca.: Brooks/Cole Pub. Co.
- Knapp, O. (2012). Vorüberlegungen für eine vergleichende Analyse Dynamischer Raumgeometrie-Systeme hinsichtlich ihrer Funktionalität, *Beiträge zum Computereinsatz in der Schule*, 26 (1/2), 23-42.
- Knapp, O. (2013). Empirische Studien zum Vergleich ausgewählter Raumgeometrieprogramme für die Schule, *Beiträge zum Computereinsatz in der Schule*, 27 (2), 1-46.
- Knapp, O. (2014). Zum aktuellen Forschungsstand vergleichender Analysen Dynamischer Raumgeometrie-Systeme für die Schule, *Beiträge zum Computereinsatz in der Schule*, 28 (1/2), 1-12.

# Literatur

- Knapp, O. (2015). *Dynamische Raumgeometrie-Systeme für die Schule. Dynamic 3D geometry systems for learning and instruction*. Norderstedt: BoD.
- Knapp, O. (2018). Evaluating 3D-DGS under the perspective of didactic usage in schools. In Häggström, J., Liljekvist, Y., J. Bergman Ärlebäck, J., Fahlgren, M. & Olande, O. (Eds.). *Perspectives on professional development of mathematics teachers*. Proceedings of MADIF 11. Gothenburg: SMDF, 61-70.
- Mackrell, K. (2008). Cabri 3D: An environment for creative mathematical design. In Liljedahl, P. (Ed.). *Canadian Mathematics Education Study Group proceedings 2007 annual meeting*. Frederickton: University of Frederickton, 91-99.
- Mithalal, J. (2010). 3D Geometry and Learning of mathematical Reasoning: Working Group 5: Geometrical Thinking. In Arzarello, F.; Durand-Guerrier, V. & Soury-Lavergne, S. (Eds.), *Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, CERME 6*. Lyon, France: Institut National de Recherche Pédagogique, 796–805.
- Montgomery, D. C. (2012). *Design and analysis of experiments*. 8th ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2017). *Common Core State Standards for mathematics*. ([http://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards\\_and\\_Positions/Common\\_Core\\_State\\_Standards/Math\\_Standards.pdf](http://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Common_Core_State_Standards/Math_Standards.pdf))
- Salazar, J. V. F. (2011). Desenvolvimento de esquemas de utilização na interação com Geometria Dinâmica, *Revista iberoamericana de educación matemática* (Co. de Albornoz, A. C.; ISSN: 1815-0640), Número 27, 169-178.

# Literatur

- Sanz, A. P. (2006). Matemáticas en las aulas de secundaria, *la gaceta de la rsme*, vol. 9.1 (2006), 223–243.
- Skolverket (2016). *Redovisning av uppdraget om att föreslå nationella it-strategier för skolväsendet – förändringar i läroplaner, kursplaner, ämnesplaner och examensmål*. Dnr U2015/04666/S, <https://www.skolverket.se/download/18.6bfaca41169863e6a65c337/1553966897281/pdf3668.pdf>, 3.
- Schumann, H. (2007). *Schulgeometrie im virtuellen Handlungsraum*. Ein Lehr- und Lernbuch der interaktiven Raumgeometrie mit Cabri 3D. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.
- Subroto, T. (2011). The Use Of Cabri 3D Software As Virtual Manipulation Tool In 3-Dimension Geometry Learning To Improve Junior High School Students' Spatial Ability. In *Proceedings International Seminar and the Fourth National Conference on Mathematics Education Department of Mathematics Education, Yogyakarta State University, 21-23 July 2011*, 609-618.
- Quaiser-Pohl, C., Lehmann, W. & Peters, M. (i. p.). *Der Mental Rotation Test (MRT) (German version)*. Frankfurt/M.: Swets Test Services.
- Valloa, D., Rumanovaa, L. & Durisa, V. (2015). Some Spatial Competences and Formalism in Solutions of Stereometrical Tasks. 7th World Conference on Educational Sciences, (WCES-2015), 05-07 February 2015, Athens, Greece, *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 197, 2320–2324.
- Vandenberg, S. G. & Kuse, A. R. (1978). Mental rotations. A group test of three-dimensional spatial visualization. *Perceptual and Motor Skills*, 47, 599-604.