

„Geometrie“, DAS Mittel gegen Bildungs-Anorexie – der Beipackzettel

Gunter Weiss
(TU Dresden & TU Wien)

36. Fortbildungstagung Geometrie

Beiträge zum zeitgemäßen, kompetenzorientierten Geometrie-Unterricht

Strobl (Österreich) 5.-7. November 2015

Worum geht es ?

- Um unzeitgemäße Betrachtungen zum **“zeitgemäßen, kompetenz-orientierten Geometrie-Unterricht“**
- Um Reflexion der Geschichte des Faches **“Darstellende (oder Deskriptive) Geometrie”**
- Um den Unterschied zwischen den Zielen **“Berufsbildung”** und **“Allgemeinbildung”**
- Um die Frage: **Ist Allgemeinbildung eine Kompetenz?**
- Um die Frage: **Ist man mit dem Erwerb von Fertigkeiten fertig?**
- Um die Frage: **Mit welchen nachhaltigen (!) Zielen unterrichten wir eigentlich?**

Berechtigte Kritik an mir:

Woher nehme ich Mut und Kompetenz zu einem solchen Programm?

Zunächst der Beipackzettel zur “Geometrie”

Inhalt und Wirkstoffe:

- Wissenschaft (!!!),
- Praxisbezug,
- Welt- und Kunstgeschichte, Ästhetik,
- Bildung

Was ist „Geometrie“ und wofür wird sie angewendet?

- zur Therapie von Logik-Defiziten
- zur Verhütung von (Aus-)Bildungsmangelercheinungen
- zur Förderung von Sprach-, Denk- und Kritikfähigkeit
- zur Erzielung besserer 3D-Raum-Zeit-Welt-Anschauung
- zur Steigerung des Durchhaltevermögens
- bei chronischer Reformitis und
- zur Verhütung von Schlimmerem

Zunächst der Beipackzettel zur “Geometrie”

Was müssen Sie bei der Einnahme von „Geometrie“ beachten?

Geometrie ist ein ganzheitlich wirksames Therapeutikum. Bei Vereinnahmung durch bloßes „schöne Bildchen Machen“ besteht Gefahr der Wirkungslosigkeit.

Wie die Omnipräsenz von Geometrie in der Welt schon seit der Steinzeit zeigt, ist zur Einnahme von „Geometrie“ die Verwendung des *Gaspar-Monge*-Inhalators oder von Ähnlichem NICHT zwingend.

Welche Nebenwirkungen sind möglich?

„Geometrie“ erzeugt den Geruch von praktisch-hemdsärmeligen Bildungsbürgern im Sinne von Humboldt und kann bei dauerndem Genuss zur Sucht führen.

Wie ist Geometrie (auf-) zu bewahren?

„Geometrie“ darf unter keinen Umständen in die Hände von BIFIE und (In-)Kompetenz-Zentren gelangen!

„Geometrie“ würde gerne von ministeriellen Reformhäusern vertrieben. Diesen populistischen Vertreibungsversuchen aus den österreichischen Schulen ist hartnäckig entgegenzutreten.

Weitere Informationen

Fragen Sie am besten Ihre Lehrerpersönlichkeit, ja und auch Wikipedia!

Beipackzettel: „Inhalt und Wirkstoffe“

Wissenschaft (!!!)

UND

Praxisbezug

Übliche Meinung : Geometrie ist Teil der Mathematik!

D.h.: Was an ihr Wissenschaft ist, ist Mathematik, alles Übrige ist Handwerk!

Konsequenz: Wir haben ein Rechtfertigungsproblem!

Lösungsversuche:

- Flucht in Vermittlung von CAD-Fertigkeiten, also Betonung des berufsbildenden Aspekts. > Wo bleibt der allgemeinbildende Aspekt?
- Flucht ins Aufzeigen von Kompetenzen, die durch Mathematik allein nicht gefördert werden, (z.B. Raumvorstellung)

Mir fehlt das Aufzeigen, dass eine modern Zivilisation ohne die kulturellen und geisteswissenschaftlichen Leistungen der Geometrie nicht denkbar ist. Wo bleibt die “Gedächtniskultur” für die geisteswissenschaftl. Seite der Geometrie?

Beipackzettel: „Inhalt und Wirkstoffe“

Wissenschaft (!!!)

UND

Praxisbezug

Mir fehlt das Aufzeigen, dass eine modern Zivilisation ohne die kulturellen und geisteswissenschaftlichen Leistungen der Geometrie nicht denkbar ist. Wo bleibt die “Gedächtniskultur” für die geisteswissenschaftliche Seite der Geometrie?

- 1. Geometrie ist eine der Anschauung verpflichtete und diese abstrahierende Wissenschaft .**
- 2. Alles um uns hat versteckten oder offensichtlichen Geometriebezug, “Geometrie” ist omnipresent.**
- 3. Geometrie hat fundamentale Bedeutung für die Entwicklung des aktuellen, naturwissenschaftlichen Weltbilds.**
- 4. Geometrie erschöpft sich NICHT im bloßen “schöne Bildchen Zeichnen”!**

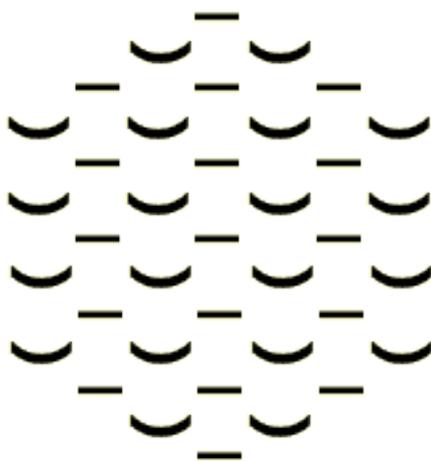
Beispiel 1: Gedichte als geom. Ornament

symmetrisch

symmetrisch

Versmaße (Jambus, Trochäus, Daktilus und Anapäst) **Reime** und **Gedichte** als Ornament (Fries, Wandmuster)

Fisches Nachtgesang



Freude, schöner Götter fun ken,

+ - + - + - + -

Tochter aus E ly si um,

+ - + - + - + °

Wir be tre ten feu er trun ken,

+ - + - + - + -

Gött li che, Dein Hei lig tum

+ - + - + - + °

.....

Wie ausführlich sind Ornamente im Geometrie / Mathematik / BE-Lehrplan?

Beispiel 2: Notenschrift als Tschupik-Axonometrie

“Visualisierungs Methoden” als Thema

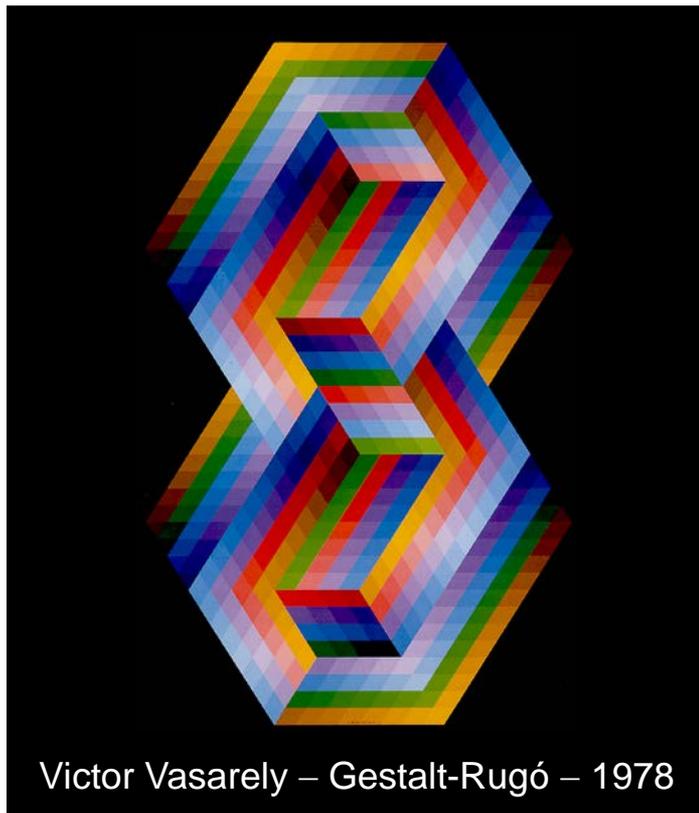
MONGE-System von i
Normalrissen $n_i: E^n \rightarrow E^2$
J. Tschupik's n -Axonometrie

Übliche n -Axonometrie, vgl.
H. Brauner's Vorles.
„Abbildungsmethoden“

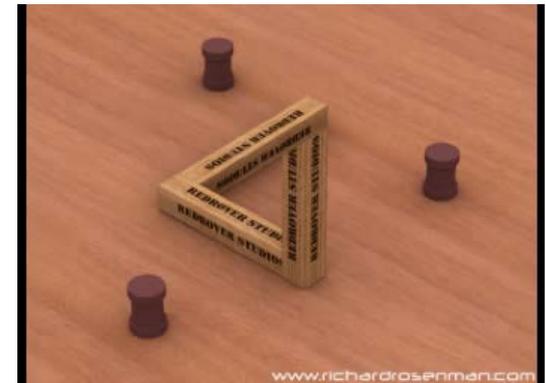
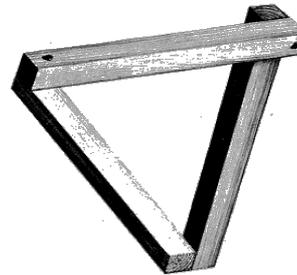


t -Achsen-Skalierung durch Takt-Nummer, Feinskalierung in $\frac{p}{4}, \frac{q}{8}, \dots, \frac{r}{32}$
Skalierung der übrigen Achsen durch die Tonhöhe (Notenlinien)

Beispiel 3: Psychologie und optische Täuschung



„Tribar“ (Foto)
O. Reutersvärd 1934
R. Penrose 1958



Wir wollen eher ein 3D-Objekt
wahrnehmen als eine ebene Figur
(< resultiert aus der Gegebenheit
menschlicher Psychology)



L.Vörös, Architektur-Seminar, Uni Pécs 2015

Beispiel 3: Psychologie und optische Täuschung

Illusionsmalerei, Anamorphosen,
Impossible << **Kunst & Geometrie**



Optische Täuschung: Man interpretiert das beidäugig (!) Gesehene als konvexes Objekt, auch wenn man die Skulptur unter sehr schrägem Winkel betrachtet wird.

Beispiel 4: Gentechnologie und Geometrie

Gemäß Erkenntnissen aus *Biologie / Medizin / Gentechnologie*:

(siehe <http://www1.medizin.uni-halle.de/iaz/deutsch/>)

Totipotent :

- + fertilized egg cells
- + blastomeres from 2- to 8-cell stage

Pluripotent :

- + blastomeres after 8-cell stage
 - + embryoblast
- + primordial tissue cells
- + mesenchymal cells

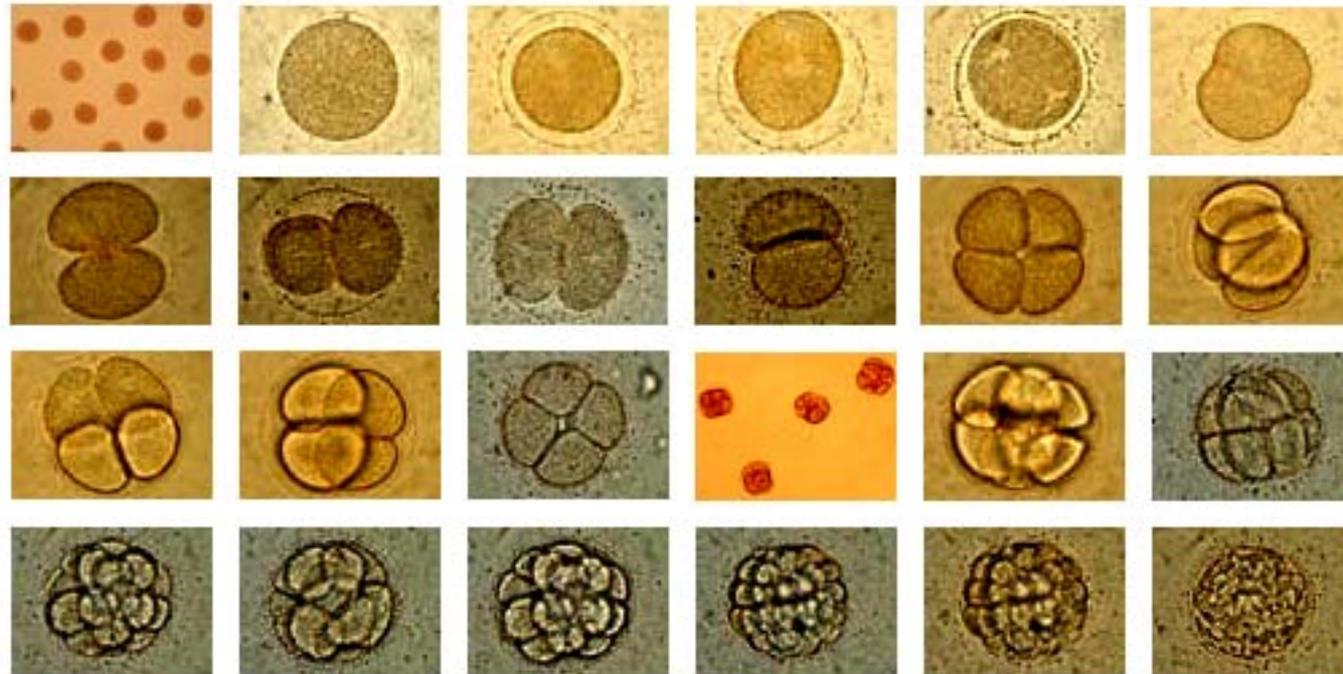
Unipotent :

- + mesenchymal cells after determination
- + organ tissue cells

Beispiel 4: Gentechnologie und Geometrie

Zellteilung (Bifurkation)

siehe <http://www.uco-bn.fr/Galerie-Biologie/Photos/Embryologie>



8-Zell-Stadium: jede Zelle in einem Oktanten eines kartesischen xyz-Systems, wegen Oktaeder-Symmetrien sind alle Zellen gleichartig, daher **totipotent**.
Ab dem 16-Zell-Stadium können die Zellen aus geometrischen Gründen nicht mehr gleichartig sein. (Oktaeder-Symmetrien \neq Ikosaeder-Symmetrien!)

Beispiel 5: „Die Welt ist rund!“

... und die sphärische Geometrie ist nicht im Lehrplan!

Sahara-Staaten



Kanada/USA



“geradlinige” Grenzen erscheinen in Karten verschiedenen Typs geradlinig!
Grenzen folgen Meridianen, Breitenkreisen, aber auch anderen Großkreisen.
Verfahren zur Grenzfestlegung? Kartenentwürfe als Verallgemeinerung des Projektionsbegriffes. Historische Zusammenhänge (Uhren-Entwicklung), Mess-Methoden.....

Beispiel 6: „Die Welt ist rund oder doch nicht?“

... und Raum-Zeit-Welt & Relativitätstheorie nur ein Thema für Physik?

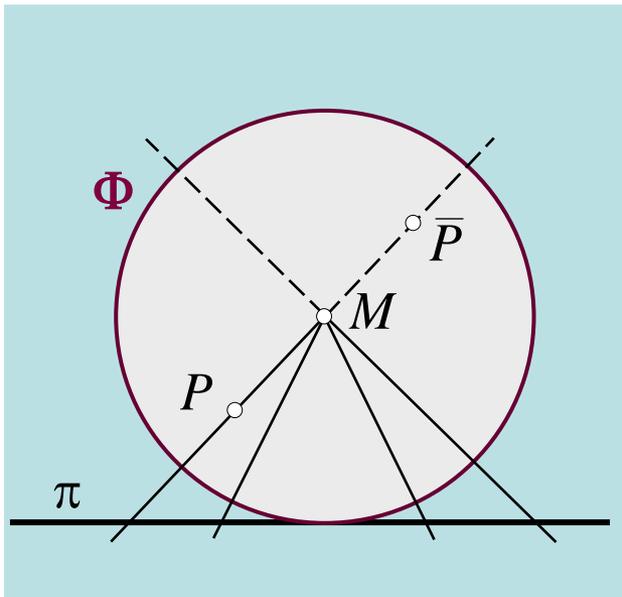
Die Entdeckung der nichteuklidischen Geometrien (*Lobatschewski* & *Bolyai*) und ihre Einordnung unter die Projektive Geometrie (*F.Klein*) hat erst moderne Physik ermöglicht und damit die Grundlage für unser aktuelles Weltbild geschaffen.

- Warum nicht erzählen, dass es für Geometrie seit Euklid **Axiomensysteme** gibt?
- Warum nicht erzählen, dass diese Art, Wissenschaft zu betreiben, im 17. und 18. Jahrhundert zum Prinzip für alle Wissenschaften wurde:
Alles sollte **more geometrico** betrieben werden, um als Wissenschaft zu gelten.
- Warum nicht erzählen, dass ein *H.Minkowski* und ein *H.A.Lorentz* bereits das **Raum-Zeit-Welt-Modell** und die darin geltende Metrik erfunden haben, wofür *A.Einstein* den Namen **“(spezielle) Relativitäts-Theorie”** geprägt hat.

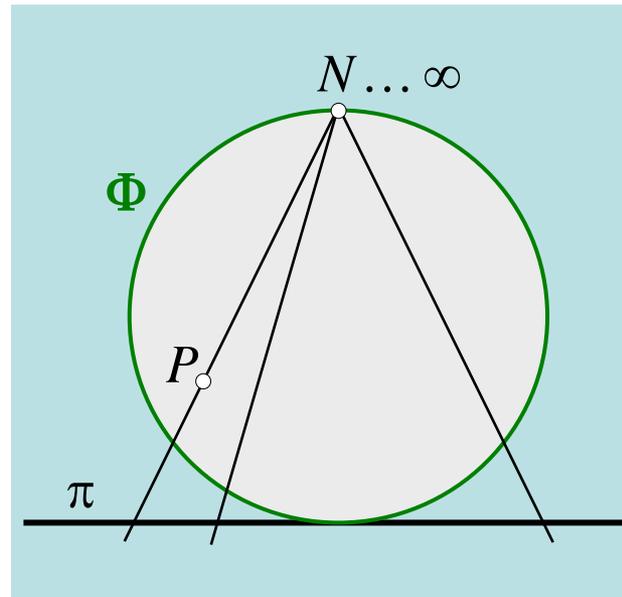
Statt euklidisch $d(PQ) = ((q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2 + (q_3 - p_3)^2)^{1/2}$ heißt es in der
Raum-Zeit-Welt $d(PQ) = ((q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2 - (q_3 - p_3)^2)^{1/2}$ (**pe-Pythagoras**)

Beispiel 6: „Die Welt ist rund oder doch nicht?“

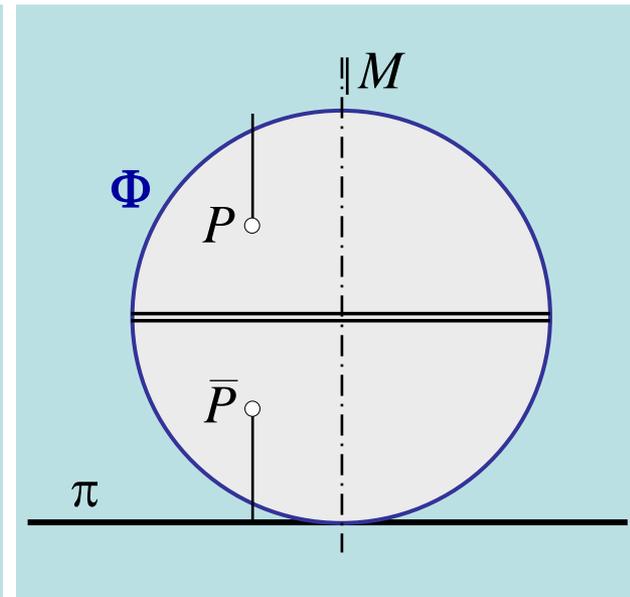
Die Kugel als zweidimensionaler Schauplatz ebener nichteuklidischer Geometrien



Elliptische Geometrie
(Elementargeometrie)



MÖBIUS-Geometrie,
euklidische Geometrie



hyperbolische Geometrie

Wie die “Anschauungsebene” Modell für verschiedene geometrische und mathemat. Strukturen ist, so ist es auch die “Anschauungskugel” ! >>>

Modell-Begriff !!! (Visualisierung einer Struktur, z.B. mittels Projektion)

und mit “Cinderella” kann man “nicht-euklidisch” konstruieren und entdecken!

Beispiel 7: Philosophie und Geometrie

Warum nicht erzählen, dass diese Art, Wissenschaft zu betreiben, im 17. und 18. Jahrhundert zum Prinzip für alle Wissenschaften wurde ?

Alles sollte **more geometrico** betrieben werden, um als Wissenschaft zu gelten.

Raffael:
„Schule von Athen“,



Türschild:

“Wer der Geometrie nicht mächtig ist, trete hier nicht ein !”

Geometrie wird als Grundlage für Logik und Philosophie gesehen und nicht als bloßes Handwerk !!

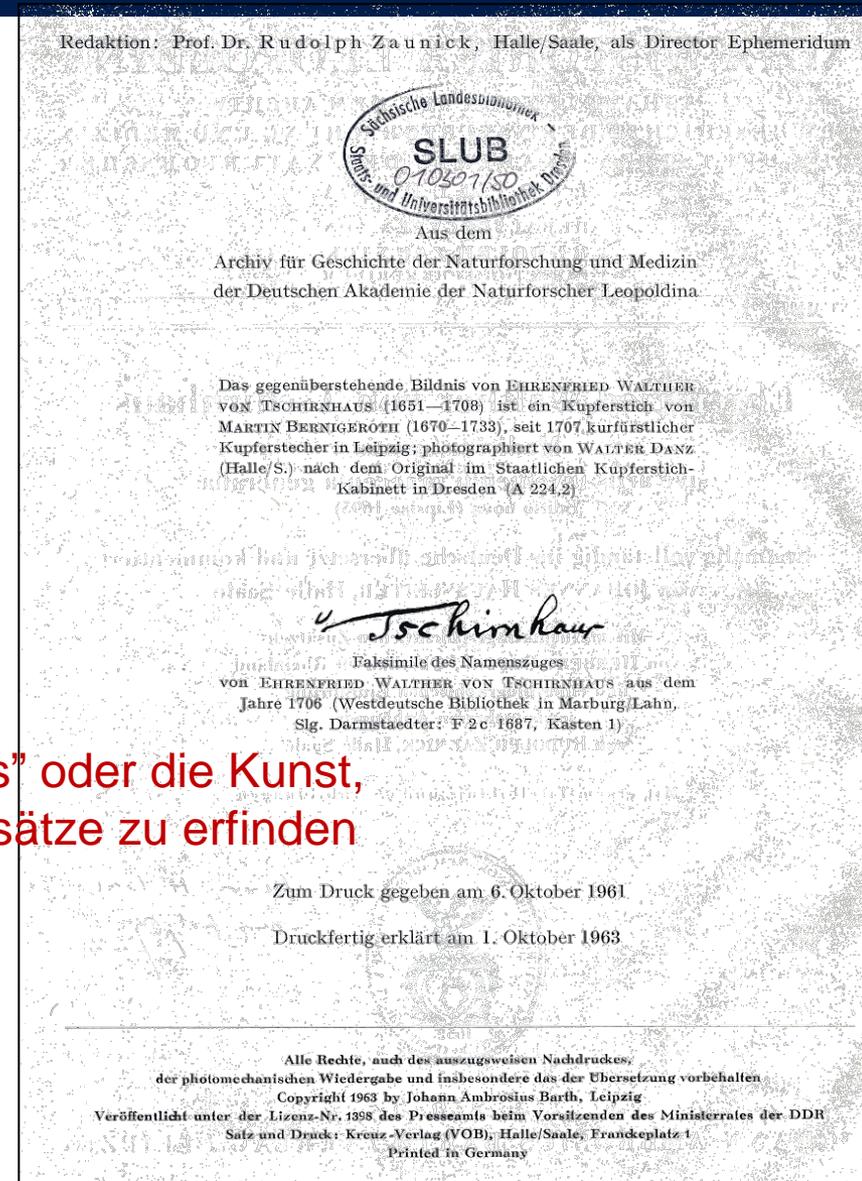
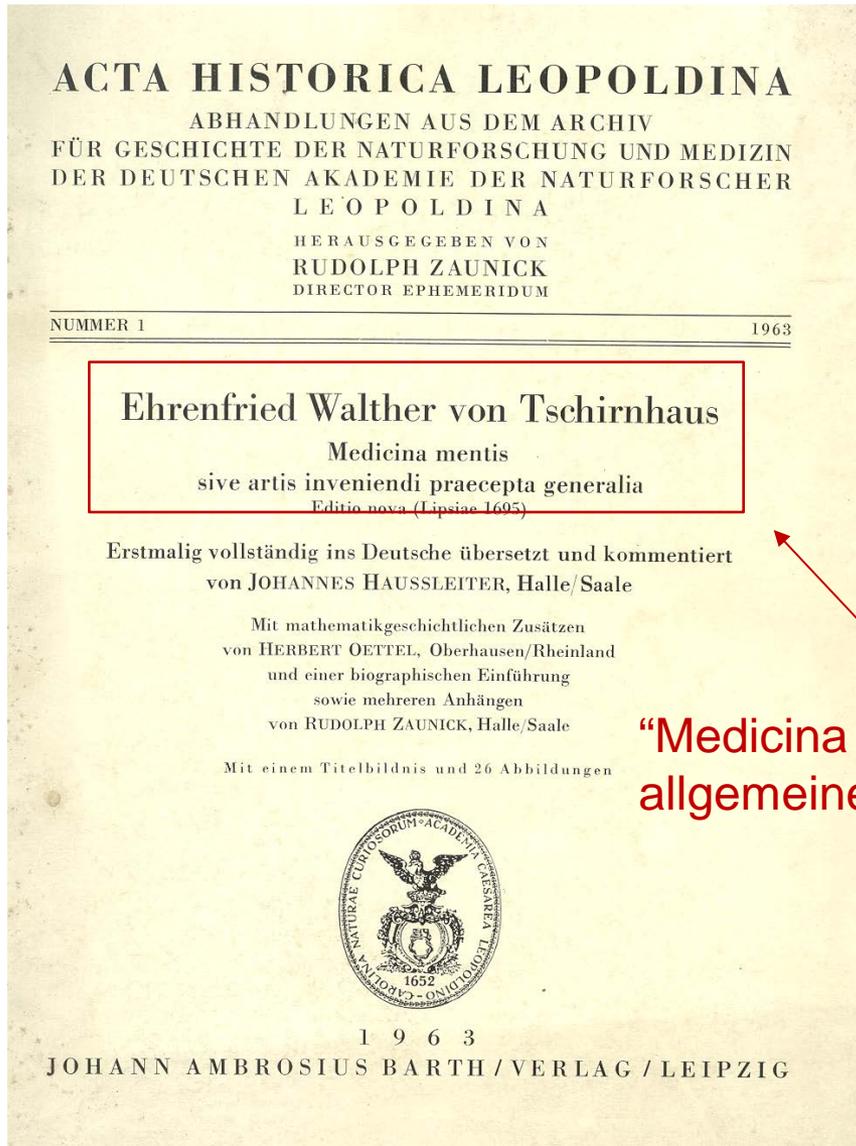
Trivium:

Grammatik (formal richtig reden)
Dialektik (inhaltlich richtig reden)
Rhetorik (richtg verständlich reden)

Quadrivium:

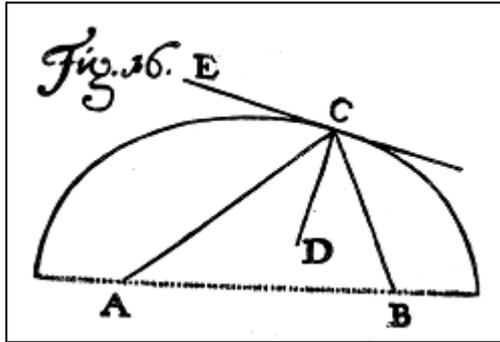
Arithmetik (Zahlentheorie),
Geometrie (mit Geographie+ Physik/Naturkunde), } !!
Musik (als Musiktheorie),
Astronomie (auch Astrologie)

Beispiel 7: Philosophie und Geometrie

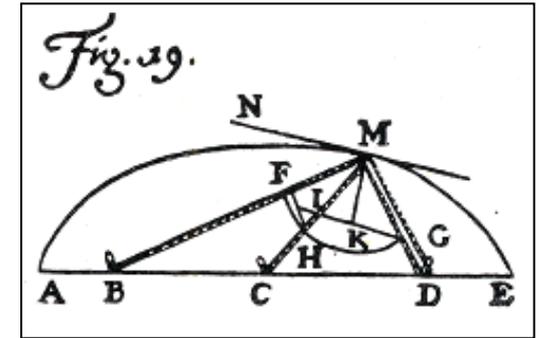


“Medicina mentis” oder die Kunst,
allgemeine Lehrsätze zu erfinden

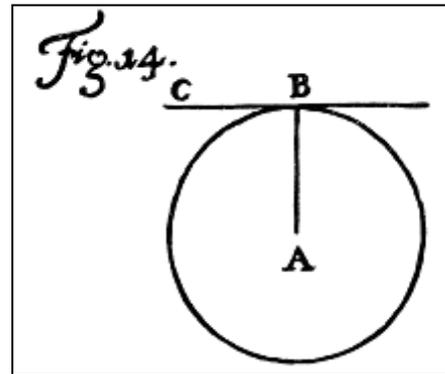
Beispiel 7: Philosophie und Geometrie



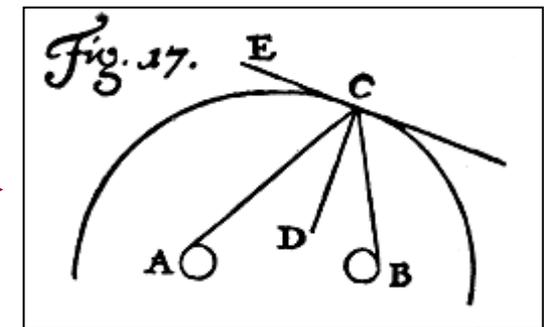
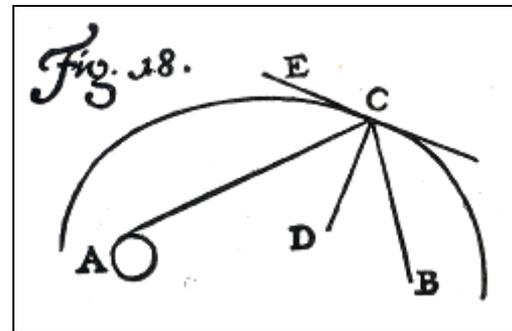
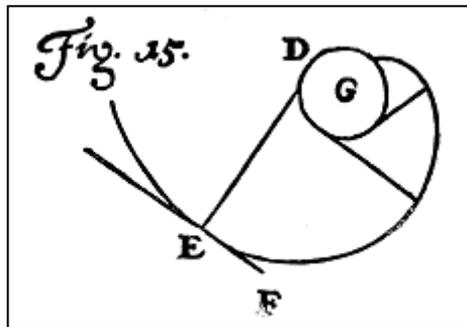
Tschirnhaus' Prinzip:
Vom Einfachen schrittweise
zum Komplizierten gelangen!



**Fadenkonstruktion
von Kurven:**
Vom Realen zur
Abstraktion



„mechanische“
Tangenten- bzw.
Normalenkonstruktion
als Resultierende von
Kraftvektoren

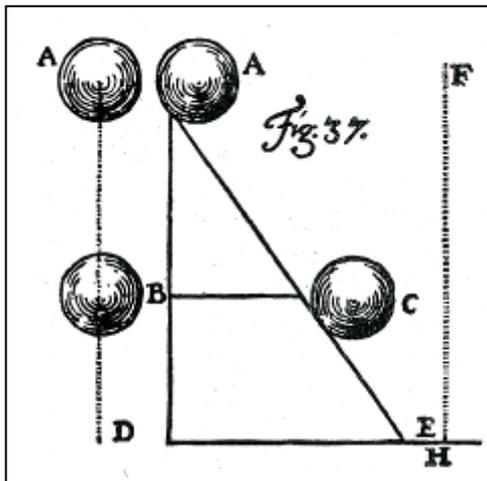


Beispiel 7: Philosophie und Geometrie

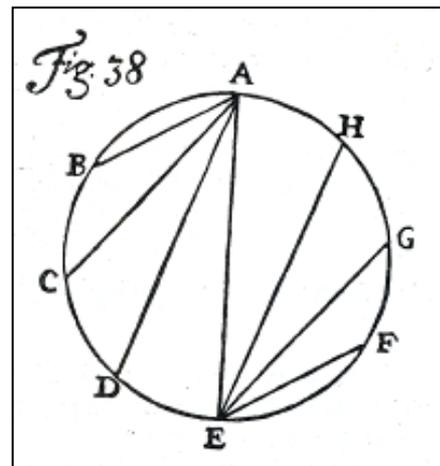
Tschirnhaus untersucht und findet die Fallgesetze und die Wurfparabel unter Zugrundelegung eines **Parallelfeldes** als Schwerfeld und er leitet daraus auch eine (wegen fehlendem Newtonschen Gravitationsgesetz falsche) Wurfbahn im **Zentralfeld** ab.

Kepler, Huygens, Tschirnhaus erschließen geometrisch-physikalische Gesetze ohne Kenntnis der Differentialrechnung !

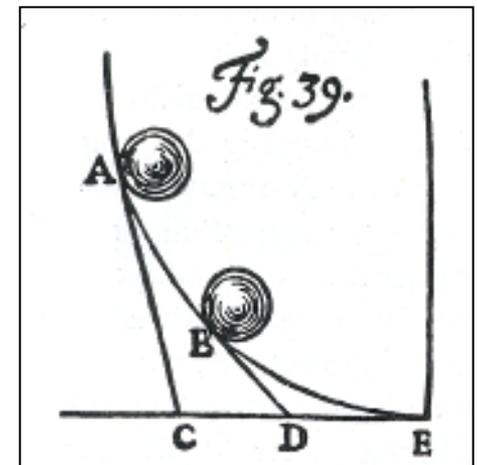
Aus der gleichen "Roll-Zeit" der Bahnen in Fig.38 schließt er ohne Differentialrechnung (wie Huygens !) auf die **Zykloide** als schnellste Rollbahn von *A* nach (tieferem) *E*.



S. 158



S. 159



S. 160

Beispiel 7: Philosophie und Platonische Körper

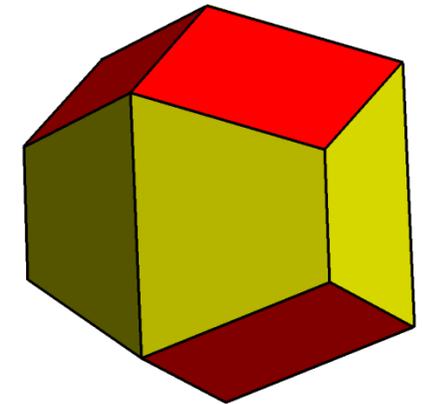
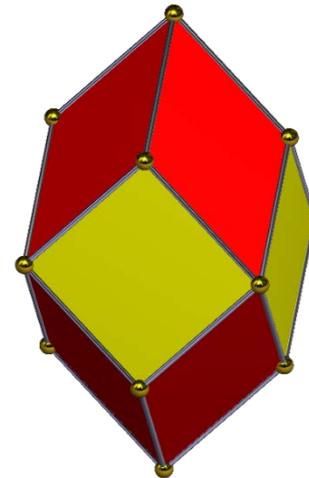
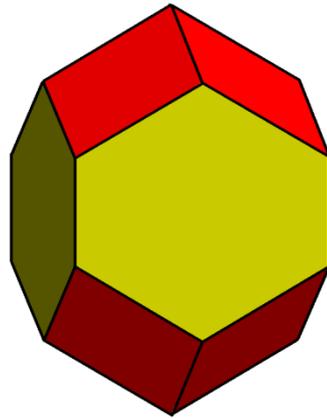
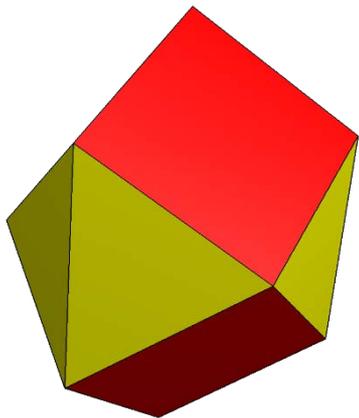
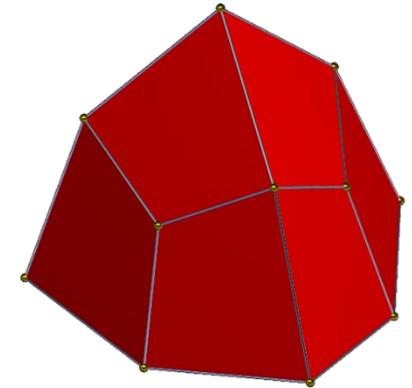
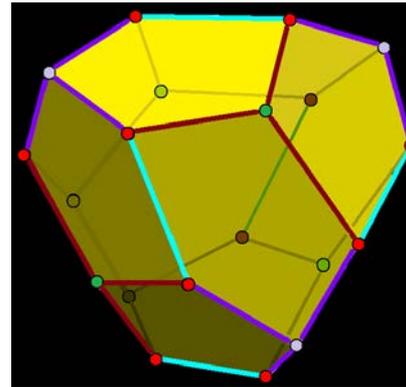
Faszinosum Symmetrie:

Griechisches atomistisches Weltbild:

Strecken sind kommensurabel, Materie ist Gemisch aus Platonischen Körpern, die die Grundelemente Feuer, Wasser, Erde, Luft und “Äther” repräsentieren.

Heute interessieren Modifikationen der Platonischen Körper u.a. für Raumpflasterungen und Molekül-Bau.

<https://en.wikipedia.org/wiki/Dodecahedron>



“Abändern” ist ein kreativer Akt! Warum ist ‘sinnvoll-ändern-können’ nicht auch eine von uns besonders geschulte und pädagogisch relevante “Kompetenz”?

Beispiel 8: „Scottish carved stones“



**Rätselhafte
Kugelgebilde
aus Schottland,
vermutlich um
die Zeitenwende
entstanden.**

Sie zeigen
Furchungen, die
meist Tetraeder-
oder Würfelsym-
metrie haben.

(Vermutung:
lb-Gewichte,
in netzartiger
Struktur an
Waagebalken
hängend.)

Objekte mit Symmetrie Platonischer Körper: “naïve Ästhetik”+Praxisbezug+Bedeutung

Beipackzettel: „Kunst, Architektur, Ästhetik...“

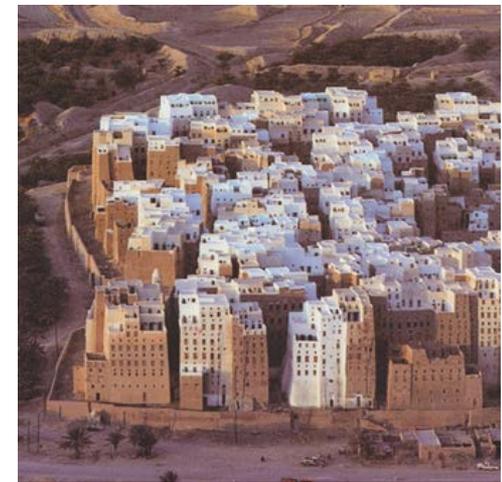
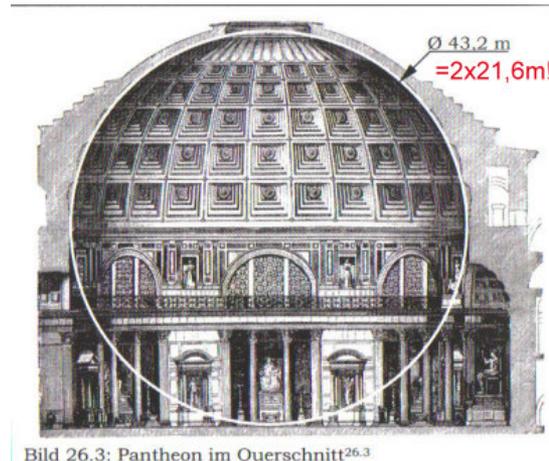
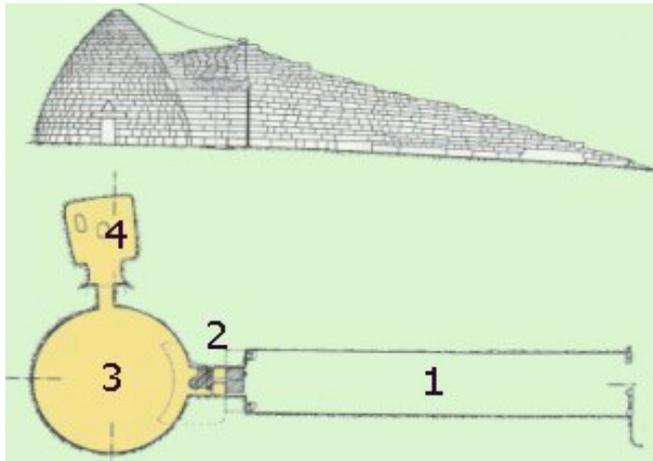
... als Wirkstoff des Medikaments “Geometrie”

zunächst am Beispiel **“naïve Architektur und ihre Kunst”**:

- Graphische Kommunikation zwischen den Bau-Ausführenden (meist Laien) war und ist sehr beschränkt möglich. Verbale Kommunikation funktioniert(e), weil man sich an Bautradition, also den Erfahrungsschatz der Akteure hielt (und hält).
- Die Erfahrung und die durchaus respektable Raumvorstellung wurden/werden mit “learning by doing” erworben!.
- Die graphischen Möglichkeiten seit G. Monge und die aktuellen Entwicklungen im CAD (CAAD) erlauben zwar eine weitaus komplexere Architektur, aber es ist fraglich, ob diese rechnergestützten Verfahren allein ohne praktisches Tun schon die Raumvorstellung ausreichend schulen.
- **Deshalb sollte zumindest bei der Früherziehung und der Pflichtschule verstärkt auf “Werken” im Sinne des Bearbeitens von 3D-Materialien fokussiert werden.**
- Die Fähigkeit zum Erkennen von Symmetrien ist angeboren, ebenso werden Folgen einigermaßen gleichartiger Gebilde als Ornamente abstrahiert. Auch diese Fähigkeit Strukturen zu erkennen, ist schulungsbedürftig. Sie ist Kern mathematischen Denkens!

A) Während der Menschheitsgeschichte...

- hält man sich weitgehend an Bau-Traditionen, verwendet erprobte Methoden und Formen. Es gib nur gelegentlich innovative Entwicklungssprünge.
- Das Bau-Management und die Bau-Ausführung erfolgt meist durch Wanderarbeiter, unterstützt von lokalen Hilfsarbeitern. (Meister & Lehrling-System, organisiert in Bauhütten)
- Dadurch auch Einflüsse von außen, und wechselseitig von ‚privater‘ und ‚öffentlicher Architektur‘
- **Kommunikation: verbal, grobe Skizzen, Kopieren von Bauteilen.**



Anhaltende Bautradition in Jemen (z.B. Shibam) [3]

Entwicklung vom Kraggewölbe über das echte Gewölbe zu Gussmörtel

A) Während der Menschheitsgeschichte...

... war die Bauausführung in „Bauhütten“ organisiert.

Kommunikation: verbal, grobe Skizzen, Kopierenlassen von Bauteilen.

Entwicklung adäquater Werkzeuge (1:1) und Messmethoden bedingt auch die Entwicklung von Geometrie



**Wissensvermittlung zu Zeiten von “no-Monge” und “no-CAAD”:
“Learning by doing !”**

B) Ornamente

Dekoration respektiert(e) verschiedene Betrachter-Distanzen:

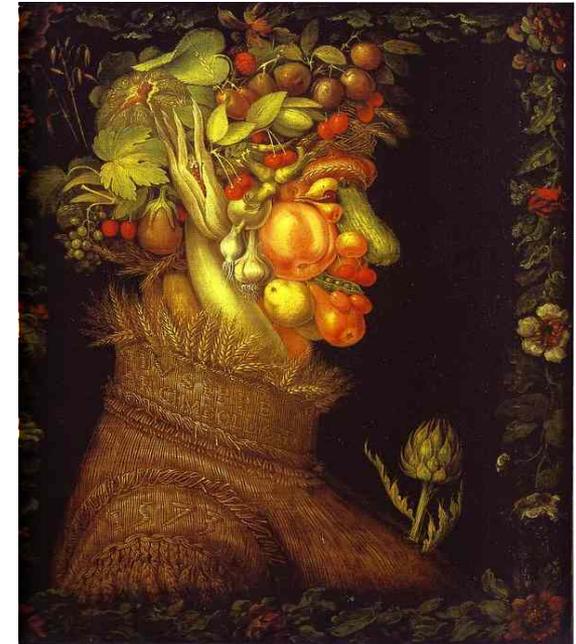
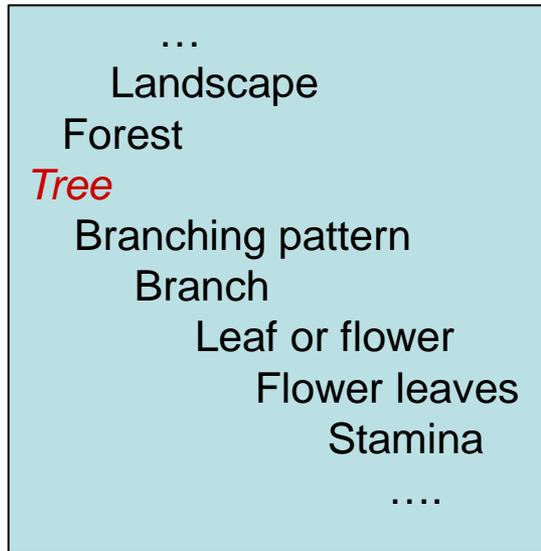


„quasi fraktale Ornamentierungen“...



...als eine Art Plagiat der Natur

z.B. das “Multilevel
Pattern System”



Arcimboldo: Herbst [1]



Historische Stadtzentren mögen deshalb bei Touristen so attraktiv sein und ein „groovy feeling“ erzeugen, weil das Quasifraktale der natürlichen Welt zum angeborenen Beobachten und Erkennen passt.

B) Ornamente und ihre Wirkung

Gebäude und ihr Dekor, die bloß eine beschränkte Betrachterdistanz erlauben:

→ Eindruck einer „Riesenskulptur“
aus der Ferne, aber oft langweilig aus der Nähe

In Kontrast zum Multilevel-Dekor wirken aktuelle schmucklose Fassaden eher kühl, abweisend, leer. Sie erzeugen oft ein unbehagliches Spannungsgefühl. Für eine Verteidigungsanlage mag dieser Effekt sogar intendiert sein.



City fortification, Khiva, Usbekistan



AAT, Vienna, Austria



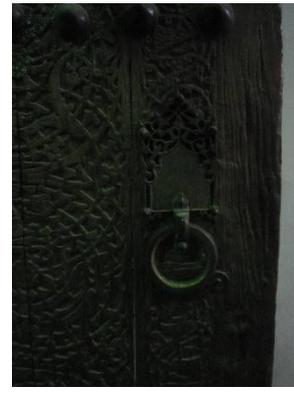
Gehry: dancing house, Prague

B) Ornamente und ihre Wirkung

„Nackte“ Architektur versus „Multilevel-Dekor“

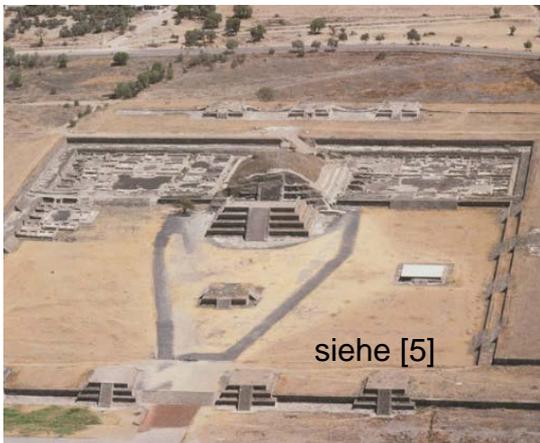


Ornamentierte Haupteingangstore aus unterschiedlichen Epochen und Kulturkreisen bieten „eye catcher“ bis hin zum dekorierten Schlüsselloch!



B) Ornamente: die Symmetrie

- Ornamente basieren auf geometrischen Abstraktionen: der **Symmetrie**, **Friesen**, **Wandmuster-Ornamenten** und **Rosetten**, sind aber (meist) von Hand ausgeführt und zeigen oft auch eine Multilevel-Struktur im Detail.
- Oft genügen 3 “Fundamental Elemente” für das Erkennen eines Fries-Ornaments, während der mathematische Begriff mit “unendlich” operiert.
⇒ **Nicht das Ornament selbst ist wichtig, sondern das ihm zugrunde liegende abstrakte Gesetz ! Die Realisierung kann endlich und näherungsweise sein.**



a) Symmetrie



Symmetrie ist omnipresent in der Natur, deshalb kommt sie auch in der (naiven) Architektur vor.

B) Ornamente: Friese

Es genügt das Erkennen des einem Ornament zugrunde liegenden abstrakten Gesetzes !

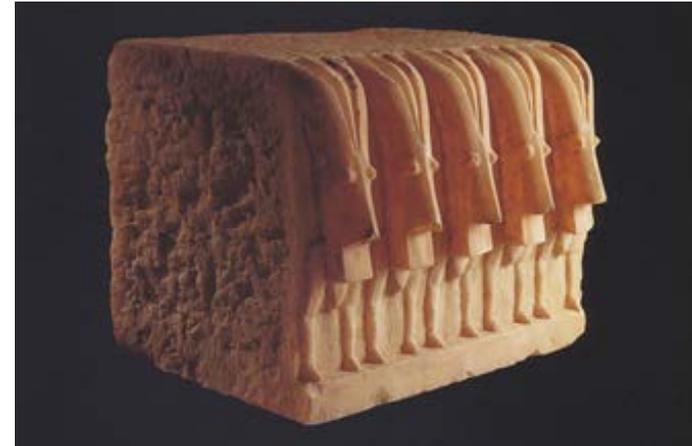
Die Realisierung selber kann endlich und näherungsweise und im Detail überhaupt falsch sein (Multilevel-Ansatz).

Friese kommen in der Natur vor (Reihentanz, Allee, Krieger-Phalanx ...) und wurden zunächst realistisch nachgeahmt.

Griechische Antike und Folklore [6]



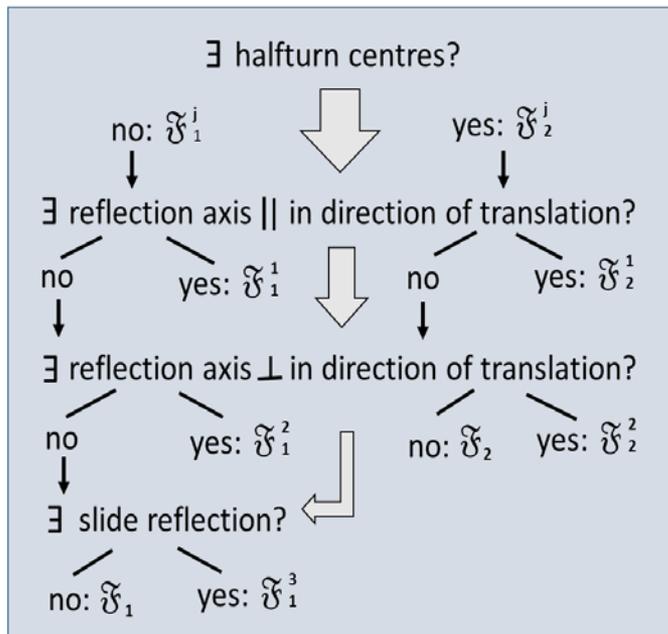
Jemenitische Antike [3]



B) Ornamente: Friese

- Es genügt das Erkennen des einem Ornament zugrunde liegenden abstrakten Gesetzes ! Die Realisierung selber kann endlich und näherungsweise und im Detail überhaupt falsch sein (Multilevel-Ansatz).

Klassifizierung der 7 Fries-Gruppen



examples:

- \mathfrak{F}_1 : L L L L L ...
- \mathfrak{F}_1^1 : E E E E E ...
- \mathfrak{F}_2^2 : A A A A A ...
- \mathfrak{F}_1^3 : p b p b p b ...
- \mathfrak{F}_2 : Z Z Z Z Z ...
- \mathfrak{F}_2^1 : H H H H H ...
- \mathfrak{F}_2^2 : V \wedge V \wedge V ...



[6]



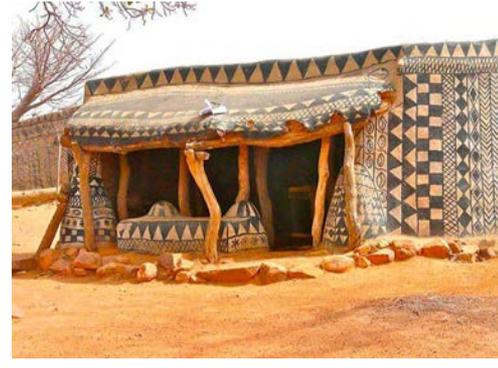
[6]



[3]

B) Ornamente: Frieze

Weitere Beispiele von Friesen



z.B. Burkina Faso (Rita Willaert) [10]

Kärnten

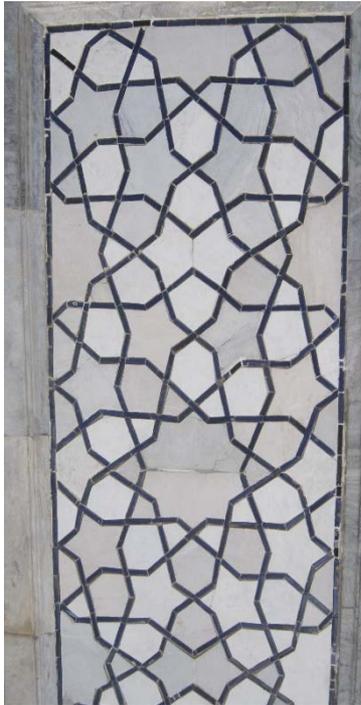
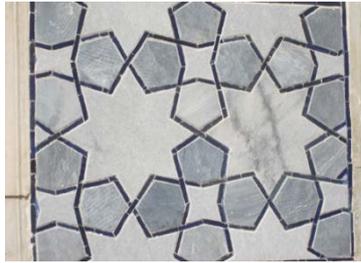
Vom Fries zum Wandmuster und zur Rosette



Ist “Geometrie als Kunsterzieher” ein Argument für uns ?

B) Ornamente: Friese und Wandmuster

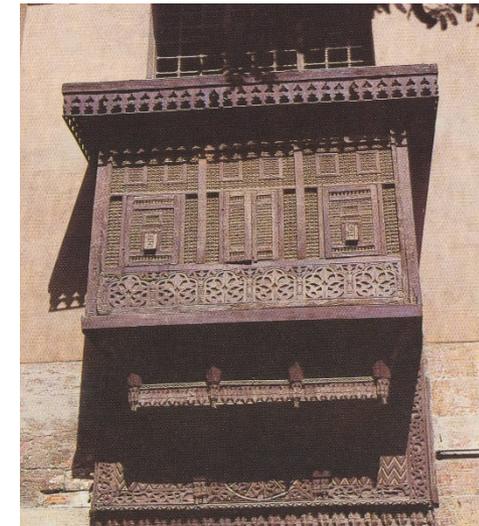
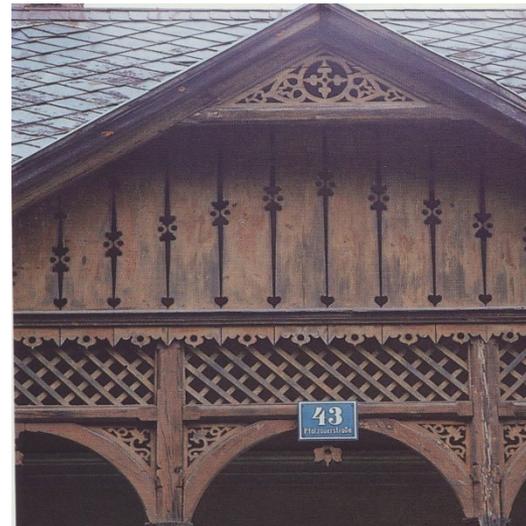
Wandmuster und reguläre Figuren



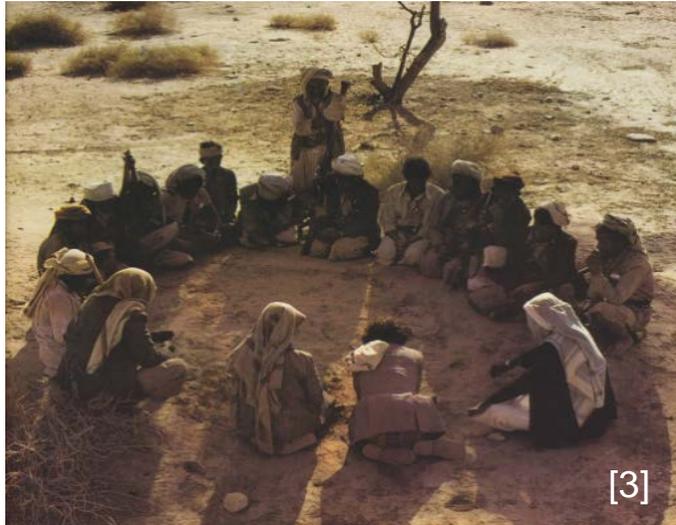
Usbekistan



Friese sind “überall”, auch bei uns!



B) Ornamente: Rosetten

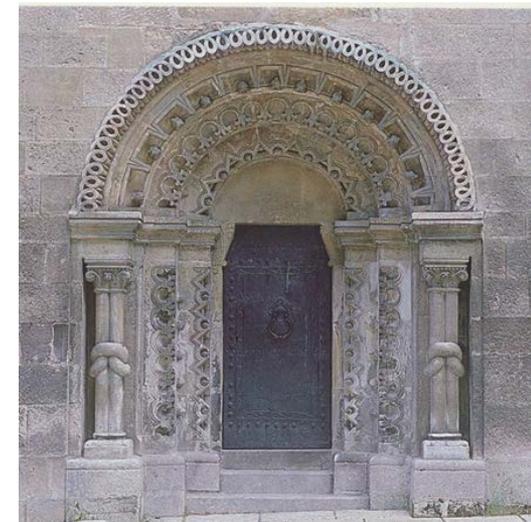


Vom “Round table Meeting” und von den regulären Polygonen (...Werkzeug Zirkel!) zur Rosette:

z.B. ist jedes Zahnrad eine Rosette! Und jedes reguläre Polygon ebenso!



Manfred Penz



B) Ornamente: Rosetten



Reguläre
“Gewölbe-
Polygone” als
Rosetten

Buchara,
Samarkand /
Usbekistan



... und 7-Ecke kommen vor!

“Ornament auf der Kugel”

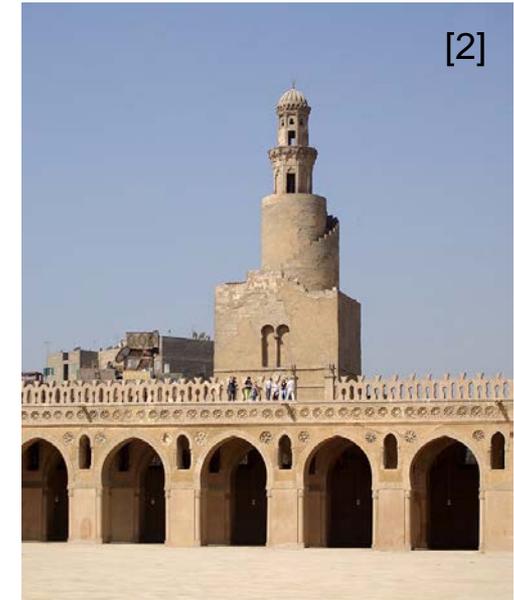
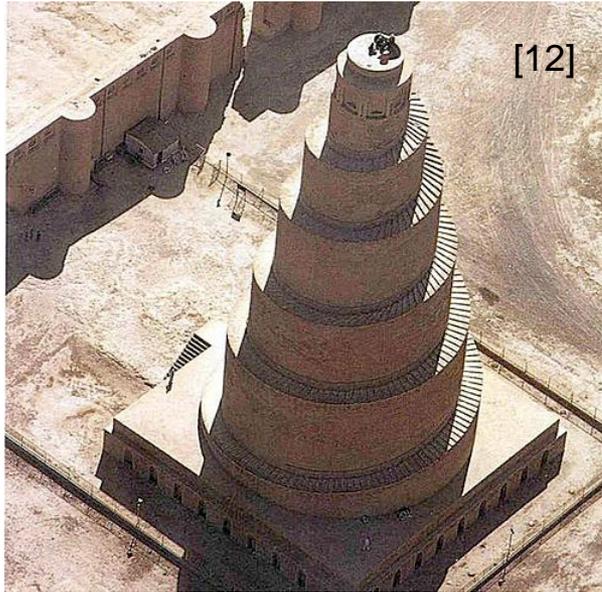


Das 7-Eck: ein kubisches Problem

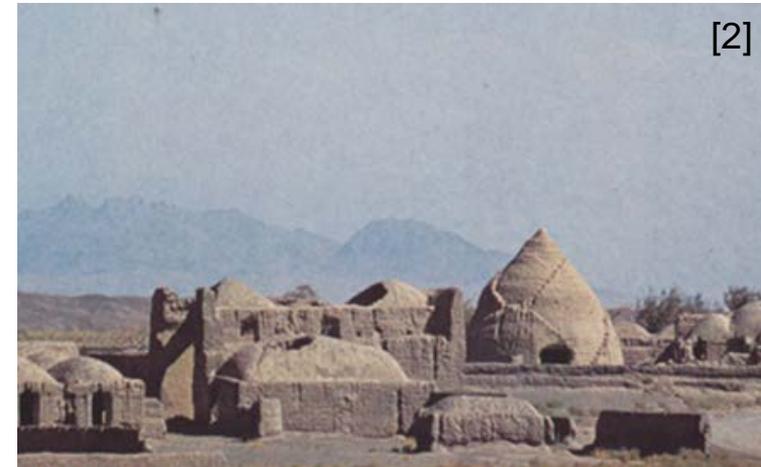


Samarkand / Buchara, Usbekistan

C) “Geometrische” Architektur



**Bereiten wir
unsere Schüler
ausreichend
auf die Analyse
komplexer
Formen vor?**



C) Geometrische Architektur

Quadriken als Abstraktionen (naiver)
architektonischer Formen



Getreide-Silo,
Burkina Faso [10]



Zisterne mit hyperboloidartiger
Kuppel und Windtürmen, Iran [4]



[9]



[9]

“Bienenkorb-Trulis”, Irland

Bereiten wir unsere Schüler ausreichend auf die Analyse komplexer Formen vor? Entwickeln sie ausreichend Fantasie und Kreativität, um hinter realen Formen und Strukturen die abstrahierten geometrischen Objekte zu erkennen?

Beipackzettel: „Kunst, Architektur, Ästhetik...“

projektiver Abschluss des Anschauungsraumes



**Begriffe “Teilverhältnis”,
“Doppelverhältnis”,
“Fernpunkt”, “Ferngerade”**

Üblich mittels Zentralprojektion
über projektive Skalen ein-
geführt.

Aber:

Hinzufügen “idealer Elemente”
erfordert Klarstellung des Um-
ganges mit ihnen,

d.h. wie werden Fernelemente
modelliert ?

„Therapeutikum Geometrie“ wirkt ganzheitlich !

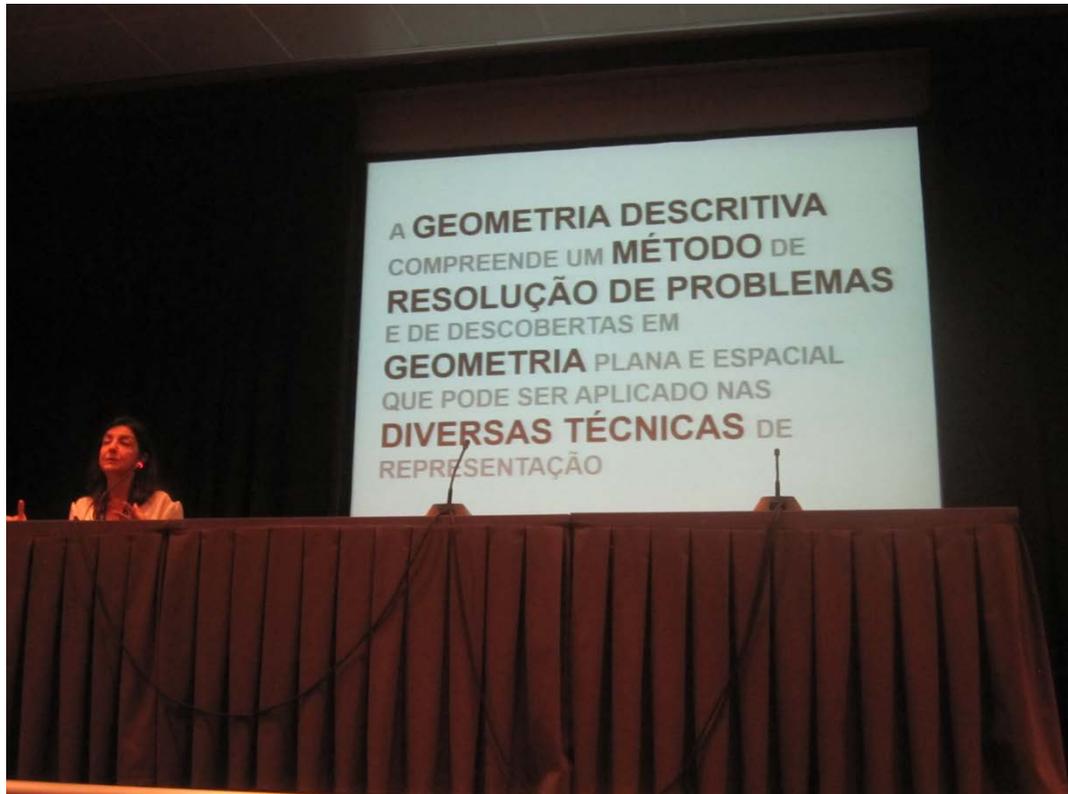
Erste Zusammenfassung:

- Geometrie betrifft alle Lebens- und Kulturbereiche nicht erst seit Gaspar Monge und CAD-Software-Systemen.
- Lässt man uns so unterrichten, dass dies deutlich wird ?
- Können wir selber Freiräume schaffen, dass dies trotzdem möglich wird ? (Z.B. etwa mittels Freigegegenständen “Wissenschaftsgeschichte 1 bis 8”, “Kunst und Geometrie”, “Weltbilder und Geometrie”, ...)
- Sollen wir Kolleginnen und Kollegen anderer Fächer zur Zusammenarbeit mit uns verführen ?
- Wie können wir Kollegen, Lehrplangestalter und Politiker davon überzeugen, dass Geometrie zu Bildung UND Ausbildung einen essentiellen Beitrag leistet ?
- **Wie wir uns zur Mathematik abgrenzen können** (siehe Quadrivium):
Mathematik wurde 1 und 0 geschenkt, Geometrie kennt nur “Proportionen”.

Therapeutikum Geometrie wirkt ganzheitlich !

... und wie sagen das andere ? (Zwei aktuelle Beispiele der GeG2015)

Darstellende (= deskriptive) Geometrie ist eine Methode zur Lösung geometrischer Probleme und für Entdeckungen zur Ebenen- & Raumgeometrie, wobei unterschiedliche Techniken Visualisierung angewendet werden können. (Vortrag D. Chini Gani, GeG2015/Lissabon)



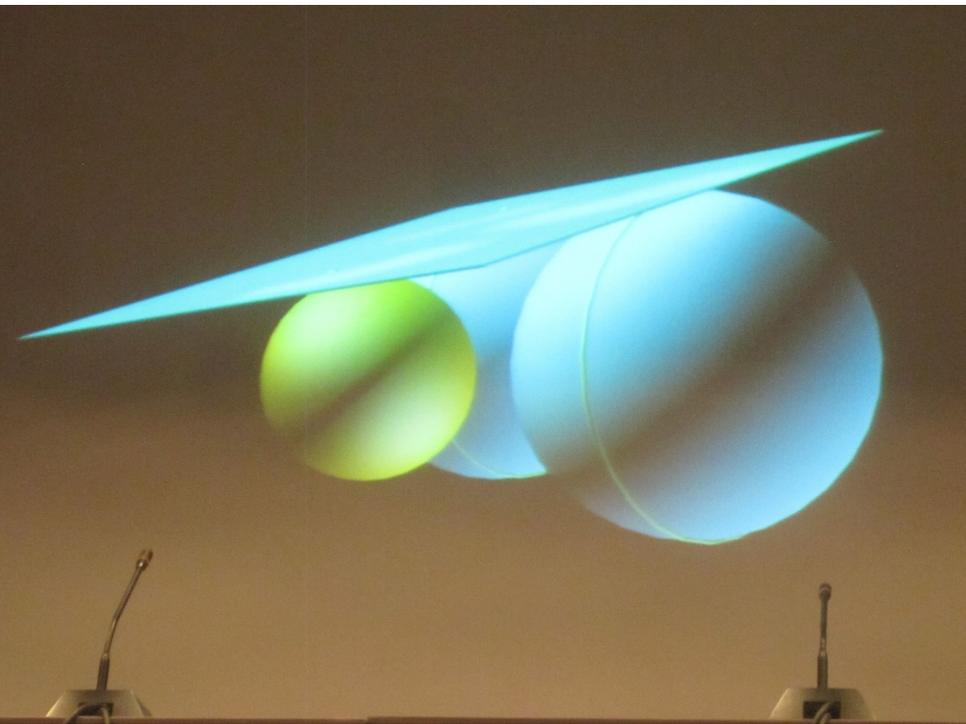
Zur Kunst, Probleme zu lösen:

- 1. Verstehen des Problems**
- 2. Einen Lösungsplan fassen:**
 - in Verbindung mit gelösten Problemen bringen,
 - ev. Umformulieren der Frage,
 - Zerlegung in Teilaufgaben.
- 3. Ausführen des Plans**
 - gemäß der Folge der Teilschritte;
 - Überprüfen der Teilschritte,
 - Intuitives Erfassen versus formales Beweisen
- 4. Rückblick:**
 - Ergebnisse sichern (beschreiben)
 - Überprüfen und Einordnen des Resultats,
 - Anwendungsmöglichkeiten für andere Aufgaben überlegen.

... und wie sagen das andere ?

Eine geometrische Aufgabe zur Erläuterung der “Kunst, Probleme zu lösen”
(Vortrag D. Chini Gani, GeG2015/Lissabon):

“Man bestimme die Tangentialebene(n) an drei gegebene Kugeln”



Zerlegung in Teilaufgaben so, dass die Menge der Tangentialebenen an zwei der Kugeln gesucht wird.

Erkenntnis: Die Ebenen gehen durch einen Punkt, umhüllen einen Drehkegel.

Wenn die Kugeln auf dem Tisch liegen, dann hat man schon eine Tangentialebene. Die kann man an der gemeinsamen Symmetrieebene der Kugeln spiegeln, um eine zweite Lösung zu bekommen.

Erkenntnis: Die Schnittgerade dieser beiden Lös. enthält die 3 Drehkegelspitzen, die daher kollinear sind.

... weitere Lösungen > alle Lösungen, u.s.w.

... und wie sagen das andere ?

O que se entende por
“pensamento gráfico” ou “visual”?

*The process of visual thinking is a kind
of dance with the environment with
some information stored internally and
some externally ...*

(Colin Ware)



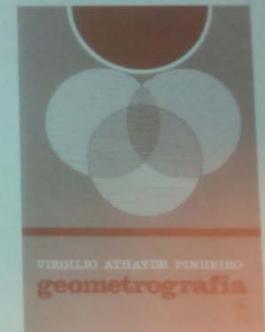
*My early work had taught me that the
artistic activity is a form of reasoning, in
which perceiving and thinking are
indivisibly twined.*

(Rudolf Arnheim)



Was versteht man unter “graphischem Denken” resp. “visuellem Denken” ?

O mundo ‘mágico’ da geometria das
transformações



Die ‘Zauber’welt der geometrischen
Transformationen

Die Themen und Probleme des zeitgemäßen Geometrie-Unterrichts sind weltweit die gleichen !

(Siehe z.B. auch Kroatien, Ungarn, Slowakei, Serbien,..., (vgl. Tagungen, ISGG))

... und wie sagen das andere ?

(Zwei aktuelle Beispiele der GeG2015)

“Die Verwendung von Bildern, Beschreibungen / Definitionen für das Verständnis des allgemeinen Begriffs “Geometrischer Ort” (Vortrag G. Braviano, GeG2015/Lissabon)



gegenwärtig
Präsident der
ABEG (= der
“Brasilianischen
Gesellschaft der
Geometrie-
Unterrichtenden”)

“**Geometrische Örter**” sind Mengenaussagen, beruhen auf Proportions-Angaben oder/und Maß-Angaben, gehören auf einer Meta-Ebene zur Mengentheorie, erschließen somit auch mathematische Begriffswelt. (Formulierung der Voraussetzungen, Definition, Test auf Vollständigkeit)

Beipackzettel: „ Geometrie“ (auf-) bewahren !

Zusammenfassung:

Geometrie-Lehrer MÜSSEN eigenständig bleiben und sich gegen jeden “Dienst nach Vorschrift” wehren, damit das eigentliche Unterrichtsziel, nämlich die ganzheitliche Bildung der Schüler möglichst effizient angestrebt werden kann.

Die Lebendigkeit eines Faches erschöpft sich nicht in der Verwendung neuester Medien. Aktualität wird auch aus den sozio-kulturellen Problemen der Gegenwart bezogen. Diese erfordern einen humanistischen Zugang im Sinne von Humboldt UND ein Verständnis für technisch-naturwiss. Zusammenhänge. Für beides ist “Geometrie” zuständig !

Wir müssen Politikern und fachfremden Lehrplangestaltern klar machen, dass ihre Schulerfahrung NICHT das aktuelle Bild von Geometrie betrifft, dass sich Geometrie NICHT in bloßem “schöne Bildchen Machen” erschöpft und auf Bildung UND Ausbildung abzielt.

Beipackzettel: „ Geometrie“ (auf-) bewahren !

Zusammenfassung:

Begriffe, die einige Nachhaltigkeit haben könnten:

- Punkt – Gerade – Ebene – Projektion als Abstraktionen,
- **Modell (!)**,
- Visualisierung als “Übertragungsprinzip” zwischen Modellen,
- Symmetrie und Symmetriegruppe,
- Erzeugung von Objekten durch Bewegung und durch andere Transformationen
- geometrische Analyse als Abstraktionsvorgang,
- Geometrische Struktur (z.B. was bedeutet “euklidisch”?)
- Wissenschaftsgeschichtliches
- Problemlösen als “logisches Strategiespiel”

Literatur und Bildnachweise

- [1] G. Arcimboldo (1563). “Four Seasons”. Retrieved from http://de.wikipedia.org/wiki/Giuseppe_Arcimboldo
- [2] T. Copplestone – B. S. Myers (ed.): The World of Islam (1967). In: Landmarks of the World's Art. Paul Hamlyn Ltd. London. P.18. great Moschee al-Mutawakkilygas, Samarra
- [3] P. Maréchaux & M. Maréchaux (1993), Jemen. Ed. Phébus, ISBN 3-922619-28-2
- [4] N. e Pina (2008), photo of Ab Anbar cister, Nain-Mohammadie. Nā'in, Iran, retrieved from <http://www.tripmondo.com/iran/esfahan/hend-chub/>
- [5] H.J. Prem & U. Dyckerhoff (1986), Das alte Mexiko. Bertelsmann Verl. München, ISBN 3-572-00851-4
- [6] P. Sambanides & E. Fragkiadaki (edit.) (1990), Griechenland. Greek Centre for Tourism Athen; Char.I. Papadopoulps A.G. 1990
- [7] J. Sprigg & D. Larkin (1987), Shaker, Life, Work, And Art. Stewart, Tabori & Chang Inc. New York 1987, ISBN 3-473-48364-8
- [8] A. Steinmann (2003): Afganistan – Exhibition catalog of the Ethnological Museum Vienna, ISBN 3-85497-063-3.
- [9] Vernacular Architecture, see https://en.wikipedia.org/?title=Vernacular_architecture
- [10] R. Willaert (2009), retrieved from <http://thevandallist.com/african-villages-by-rita-willaert/>
- [11] X. Zahler (1892). Geometrisches Linearzeichnen für Mittelschulen. R. Oldenbourg Verlag, München 1892.
- [12] Izzedine (2009), retrieved from http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Great_Mosque_of_Samarra.jpg#/



Genug für heute !

Danke !

Venus of Monruz

~11,000 Jahre alter Anhänger,
eine menschliche Figur
abstrahierend, 18 mm hoch