

# Modellieren von Knoten aus kongruenten Prismenstücken

Claudia Lassbacher

November 2015

# Inhaltsverzeichnis

## 1 Knotentheorie

- Grundlagen
- Elementare Bewegung
- Reidemeister-Bewegung

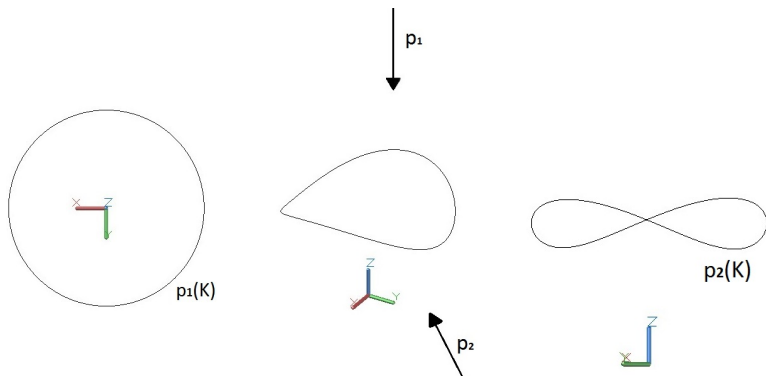
## 2 Knoten aus kongruenten Prismenstücken

- Kanten eines Würfels als Grundlage
- Brücken als allgemeine Lösung
- Kanten eines Oktaeders als Grundlage
- Brücken für Knoten entlang Oktaederkanten

# Grundlagen

- Knoten  $K$  im  $\mathbb{R}^3$ : eine geschlossene Raumkurve der Klasse  $C^1$ , keine Doppelpunkte, an endlich vielen Stellen  $C^0$
- Knotendiagramm oder Projektion: reguläre Projektion  $p$  des Knotens  $K$  in die Bildebene  $\pi$

# verschiedene Projektionen

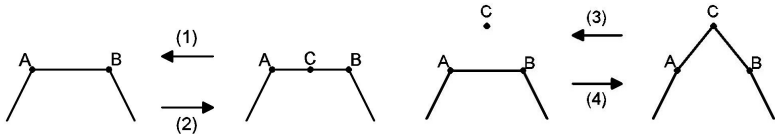


# Fragestellungen

- Wie kann festgestellt werden, dass zwei Knoten im  $\mathbb{R}^3$  äquivalent sind?
  - Elementare Bewegung
- Wie kann festgestellt werden, dass zwei reguläre Projektionen vom selben Knoten stammen?
  - Reidemeister-Bewegung

# Elementare Bewegung

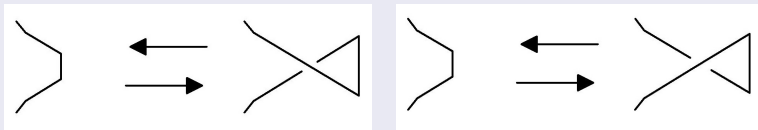
- äquivalente Knoten: durch stetige Verformung ineinander übergeführt



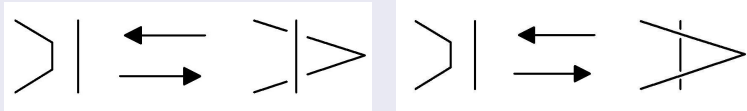
# Reidemeister-Bewegung

- äquivalente Projektionen: durch wiederholtes Anwenden von Reidemeister-Bewegungen ineinander übergeführt

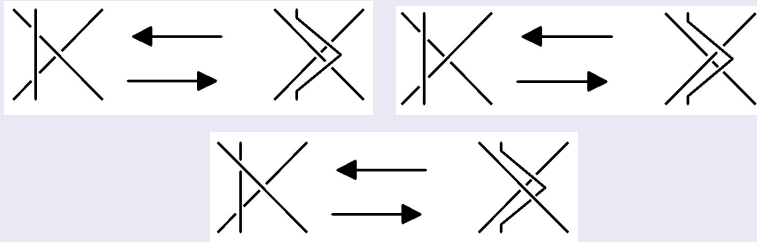
## Reidemeister-Bewegung $\Omega_1$



## Reidemeister-Bewegung $\Omega_2$



## Reidemeister-Bewegung $\Omega_3$





- äquivalente Knoten  $\Leftrightarrow$  äquivalente Projektionen

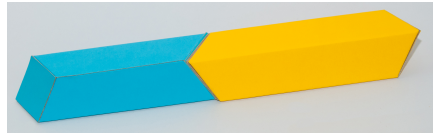
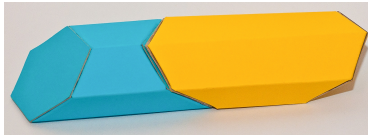
Alternative die Verschiedenheit zweier Knoten festzustellen:

- Jones-Polynom

Ist es möglich, einen beliebigen räumlichen Knoten durch Kopieren  
eines kongruenten Elements zu erzeugen?

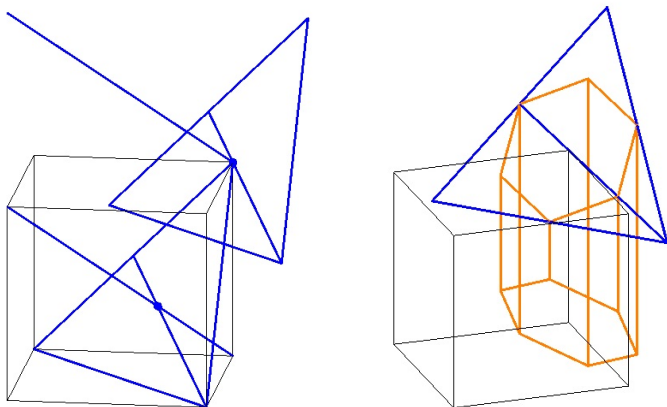
## Prismenstücke:

- symmetrisch bezüglich des Normalschnitts
- Gehrungsschnitte reguläre  $k$ -Ecke

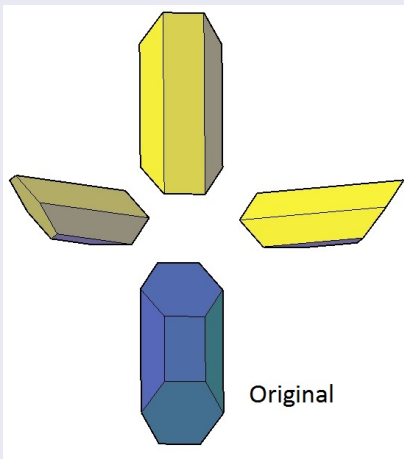


Kann ein vorgegebenen Knoten mit geeigneter Wahl des Prismenstücks modelliert werden, sodass ein geschlossener Zug entsteht?

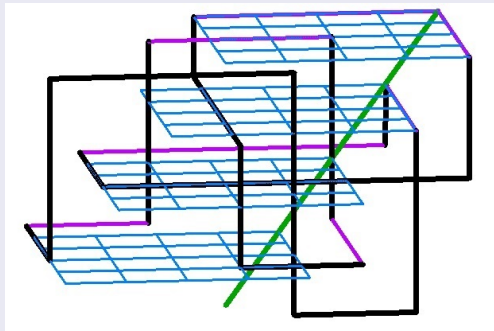
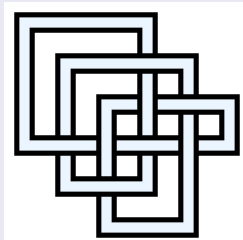
# Kanten eines Würfels als Grundlage für das Prismenstück

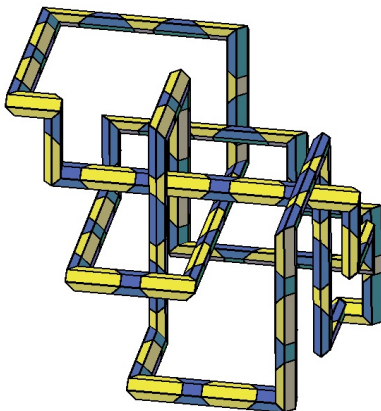


## Drei Positionen des Prismenstücks



## Ausgangsmodell mit Pfad

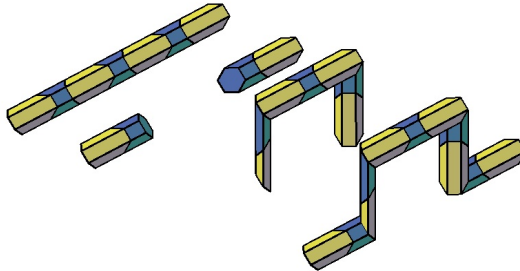




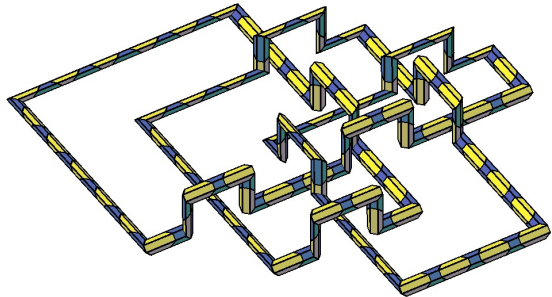
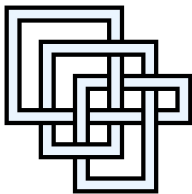


# Brücken als allgemeine Lösung

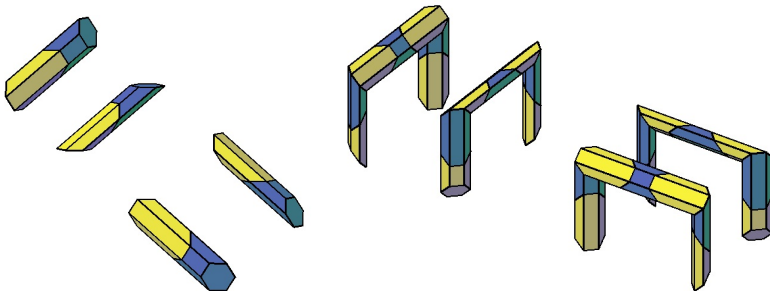
## Konstruktion der Brücke



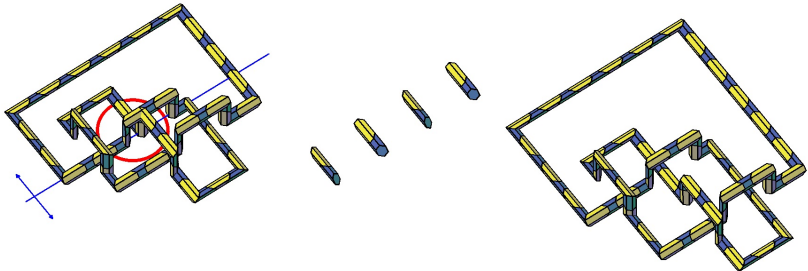
## Anwendung der Brücken



# Module



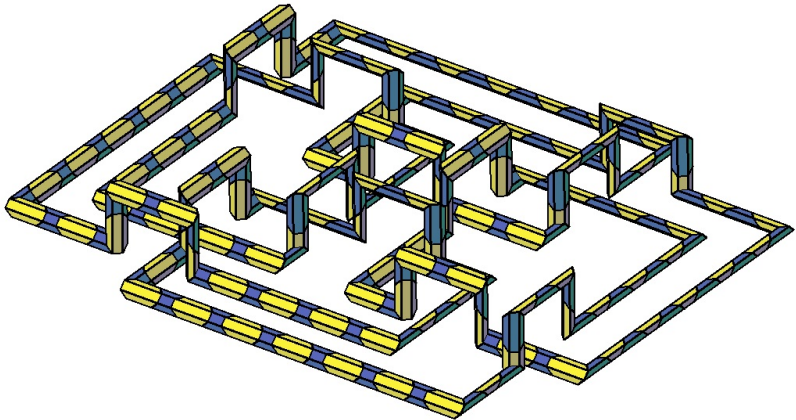
# Überschneidungen



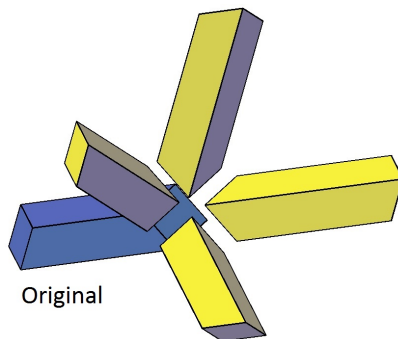
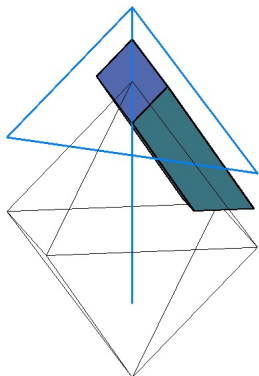
**Algorithmus:** Geg: Knotenprojektion Ges: Knoten aus kongruenten Prismenstücken

- Knoten in Ebene auf ein Quadratnetz ausrichten
- Nachbildung des Knotens durch die Module
- Kreuzungen mit Brücken auflösen
- Überschneidungen durch Einsatz von Paaren von Zusatzstücken auflösen

**Ergebnis:** Jeder Knoten kann so aus seinen Projektionen nachgebildet werden

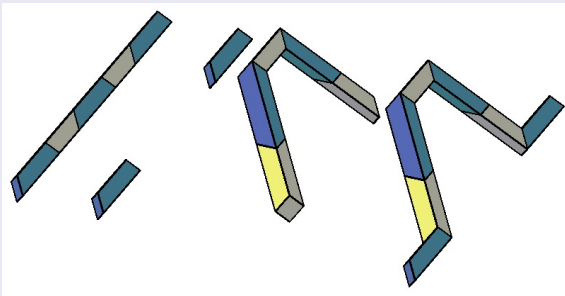


# Kanten eines Oktaeders als Grundlage



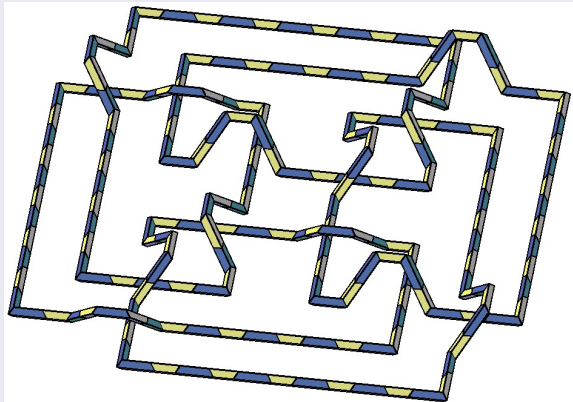
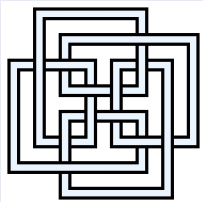
# Brücken für Knoten entlang Oktaederkanten

## Konstruktion der Brücke

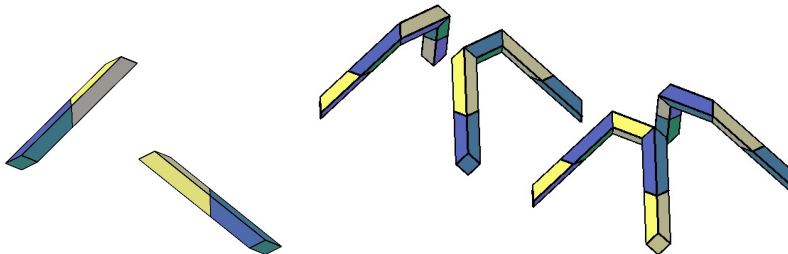




## Anwendung der Brücke



# Module



**Danke für die Aufmerksamkeit!**

