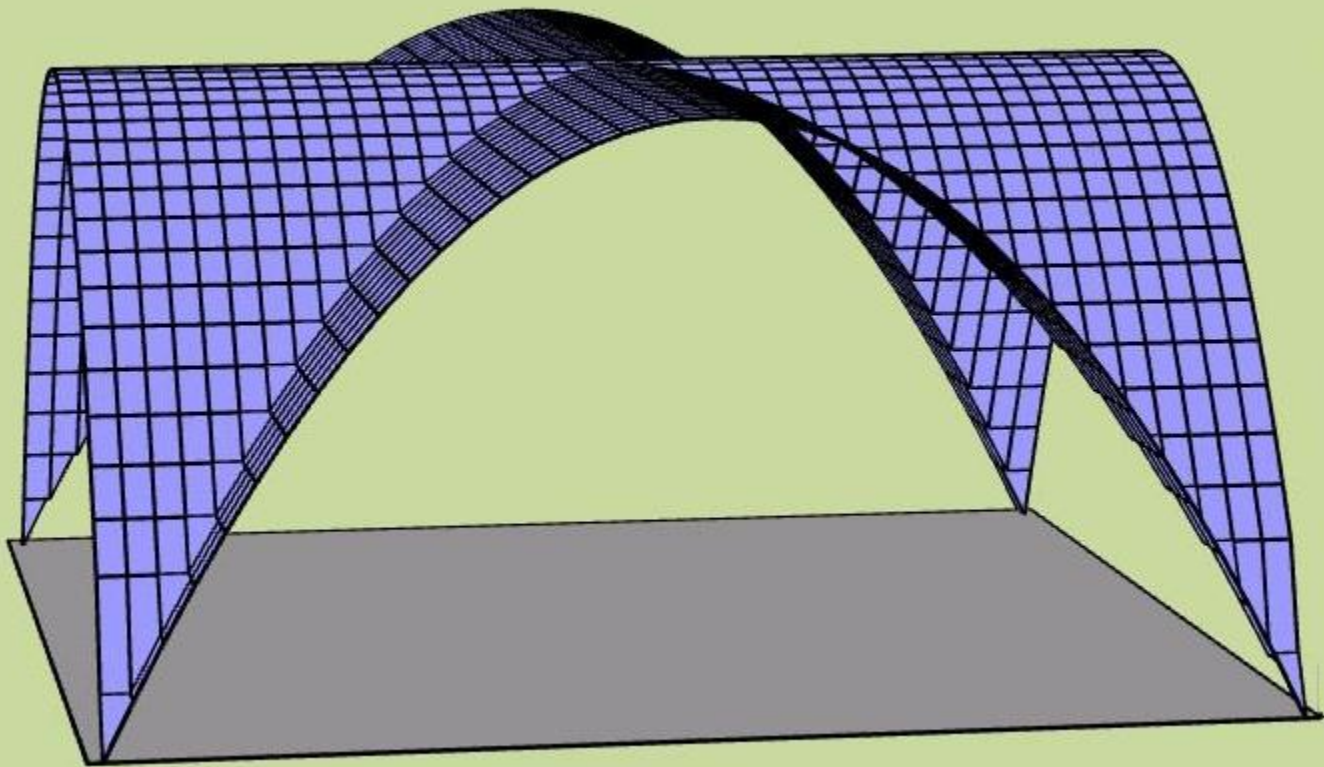


Geometrisches Modellieren

zwischen Rekonstruktion und Design



Modellieren als „Big Idea“

„Realitätsbezogene Modellierungsaufgaben“ gelten als „Kern der neuen Aufgabenkultur im MU“.

Im Bereich der Geometrie ergibt sich eine Vielfalt von Möglichkeiten für Modellierungen bei Artefakten, technischen Konstrukten und Prozessen ebenso wie bei Formen und Phänomenen der Natur.

Übersicht

1. Pisa-Kompetenz #7
2. Geometrie mit Excel – Sicht der „Experten“
3. Die Excel-Toolbox zur Geometrie
4. Thesen zum geometrischen Modellieren
5. Geometrie: Konzepte für den Unterricht
6. Aufgaben

1. Pisa-Kompetenz #7

Mathematische Grundbildung im Jahre 2012

12th ICME - July, 2012, Seoul, Kaye [Stacey](#)

New PISA 2012 definition of mathematical literacy
- mathematical literacy as it is likely to be encountered in modern workplaces -

“Doing mathematics with the assistance of a computer
is now part of mathematical literacy.”

“**Using mathematical tools** is an additional FMC.
- Fundamental Mathematical Capability #7”

“Computers are now so commonly
used **in the workplace and in
everyday life** that a level of
competency in mathematical literacy
in the 21st century includes using
computers.”

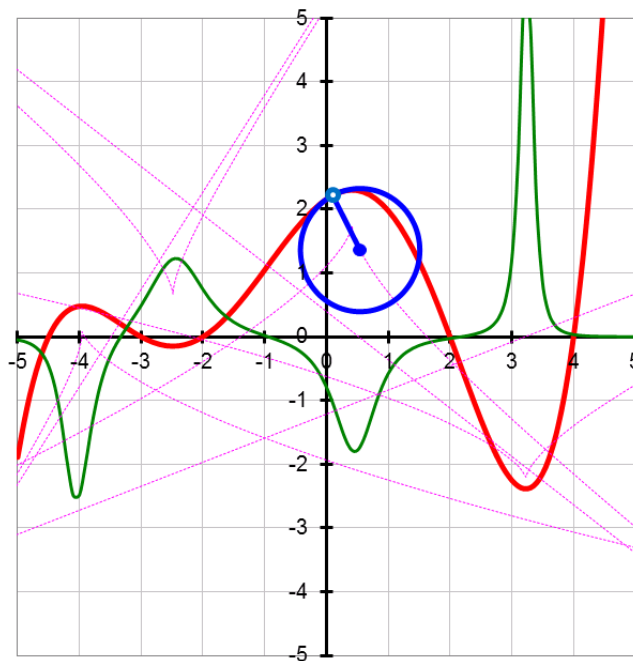
“PISA 2012 represents only a starting point.
Items requiring use of specific mathematically-able software
(e.g. to program a **spreadsheet**, or use a **generic tool to plot a graph**)
have not been used at this early stage.”

2. Geometrie mit Excel – Sicht der „Experten“

<div>Einbezogene Quellen</div> <div>Insgesamt 275 Quellen</div> <div>2012</div>	Daten erfassen & darstellen	Geo-metrische Objekte konstruieren, manipulieren & messen	Dynamische Graphen-Darstellung	Exakt symbolisch rechnen & arbeiten	Daten interaktiv darstellen & manipulieren	Text erfassen
Excel	x	∅	o		o	o
TI-Nsp. N-CAS	x	x	x		x	x
TI-Nsp.CAS	x	x	x	x	x	x
TI-92, V-200	x	x	x	x		x

Expertise aus der Fachdidaktik der PH Freiburg

- Tabellenkalkulationsprogramme: der Einsatz von Programmen, wie etwa EXCEL, erlaubt einen neuartigen Zugang zum Umgang mit Variablen und mit Fragen der elementaren Algebra. Mit der Tabellenkalkulation lassen sich zahlreiche betriebliche Fragestellungen, wie etwa die Buchhaltung und die Lagerhaltung, rechnerisch erfassen. Man könnte daher ein solches Programm etwa zur Modellierung von Betriebs- und Verwaltungsabläufen im Mathematikunterricht verwenden;



Tietze-Klika-Wolpers
Mathematik in der Sekundarstufe II, S. 44

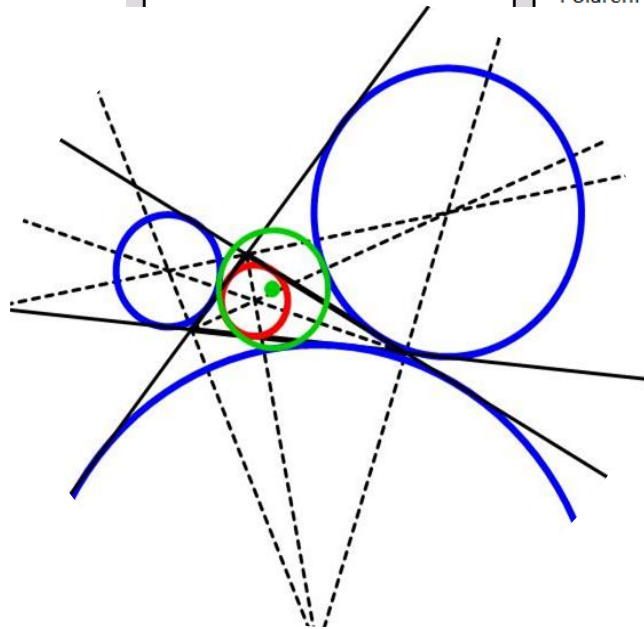
„Mit Hilfe von **DERIVE** kann man Krümmung und Krümmungsmittelpunkte einfach berechnen und sich die Evoluten zeichnen lassen.

Es erschließt sich
bei relativ geringem formalem Aufwand
ein Gebiet, das vielfältiges Experimentieren
und anschauungsbezogenes Fragen erlaubt.“

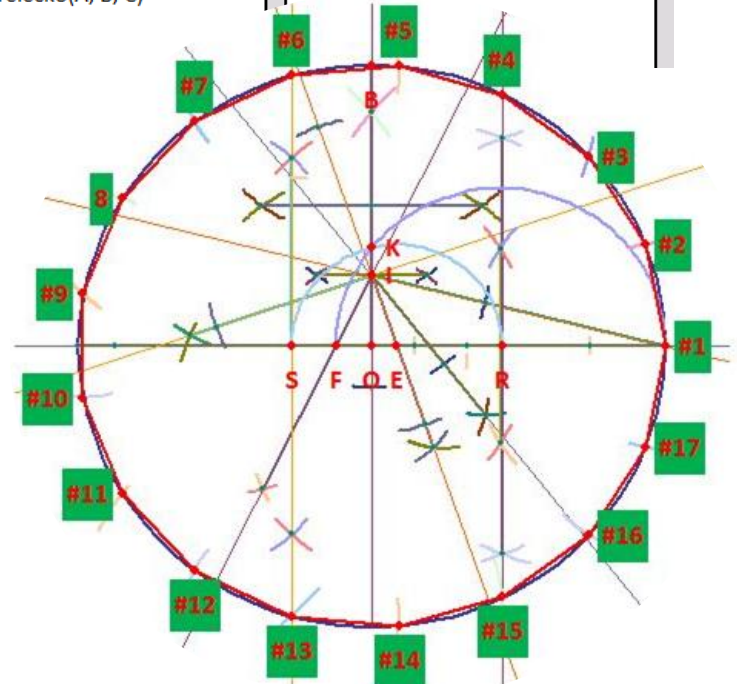
Seite 116

3. Die Excel-Toolbox zur Geometrie

Punkte	Linien	Maße	Schnitte
Streckenmitte Mitte(A, B, stelle) Lotfuss Lotfuss(P, A, B, stelle) HöhenschnittPunkt HöhenSP(A, B, C, stelle) Schwerpunkt SchwerP(A, B, C, stelle) Vieleckschwerpunkt SchwerPVk(n, P1.8, stelle)	Gerade GeradenPferrn(A, B, nr, stelle) Parallele ParallP(P, A, B, lang, nr, stelle) Mittellot Mittellot(A, B, lang, stelle) Winkelhalbierende Winkelhalb(A, S, B, lang, stelle) Kreis KreisP(Z, r, t, stelle) Kreis aus Punkten PteKreis(A, B, C, stelle) Umkreis Umkreis(A, B, C, stelle) Inkreis Inkreis(A, B, C, stelle) Kreistangenten PolarenP(M, r, P, nr, stelle)	Punkte Distanz(P, Q) Punkt / Gerade DistanzPg(P, A, B) Punkt / Gerade orientiert DistanzPga(P, A, B) Steigung Steigung(P, Q) Richtung Richtung(P, Q) Winkel Winkel(A, S, B) Dreiecksfläche FlächeDreieck(A, B, C) Dreiecksfläche orientiert FlächeDreiecko(A, B, C)	Geraden SchnittGG(A, B, P, Q, stelle) Kreis / Gerade SchnittKG(Z, r, P, Q, nr, stelle) Kreis / Kreis SchnittKK(P, r, Q, s, nr, stelle) Kreis / Kreis algebraisch SchnittKKa(P, r, Q, s, nr, stelle) Kreis / Kreis numerisch SchnittKKn(P, r, Q, s, nr, stelle)



Geo-Toolbox



Abbildungen

Schiebung

Schub(P, S, stelle)

Punktspiegelung

PSpiegel(P, Z, stelle)

Drehung

Dreh(P, Z, bogen, stelle)

Geradenspiegelung

GSpiegel(P, A, B, stelle)

Zentrische Streckung

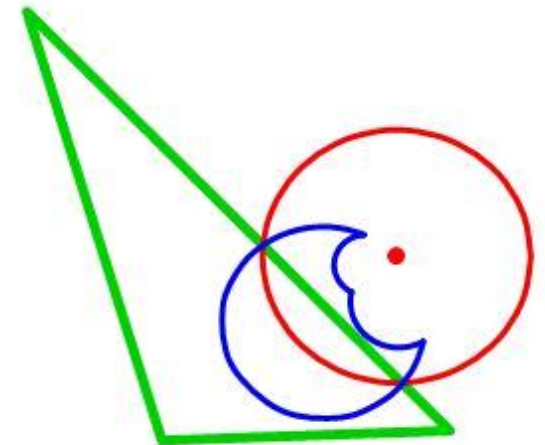
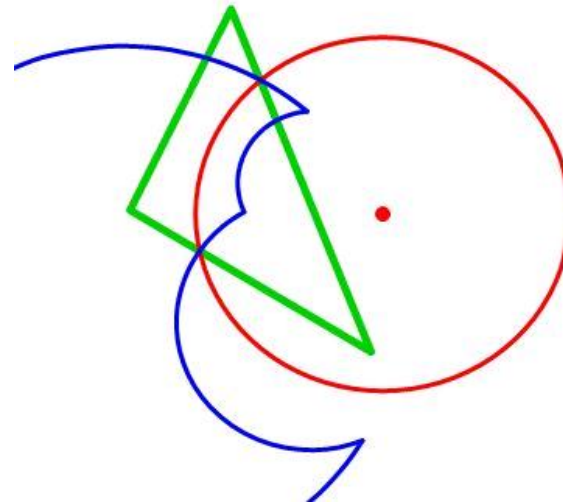
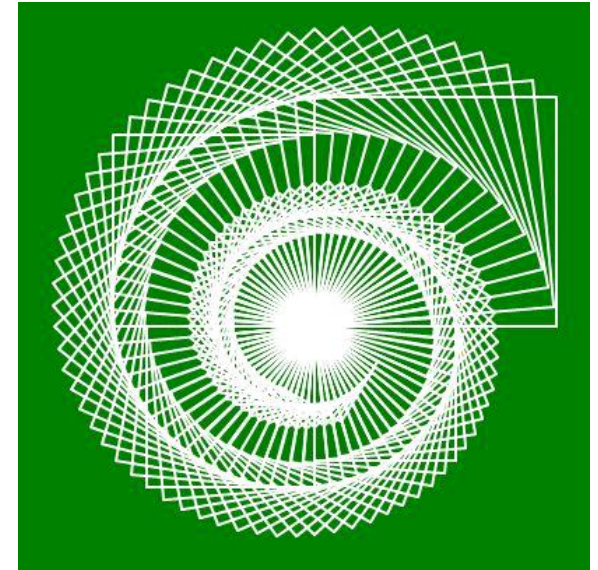
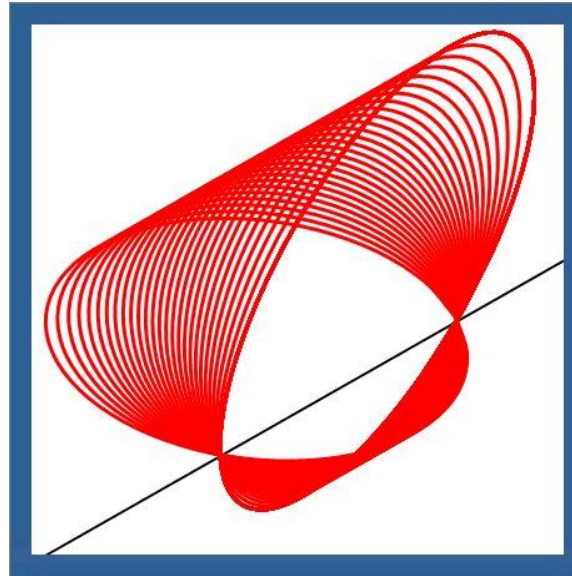
Zenstr(P, Z, f, stelle)

Scherung

Schere(P, A, B, bogen, stelle)

Kreisinverson

KrInv(P, Z, r, stelle)



Darstellungen

Standard

Bild(P, stelle)

Kavalierperspektive

Kavalier(P, stelle)

Militärperspektive

Militär(P, stelle)

Isometrie

Isometr(P, stelle)

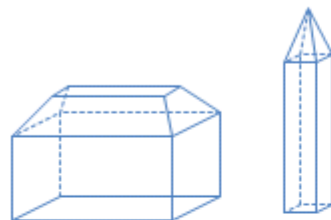
Dimetrie

Dimet(P, stelle)

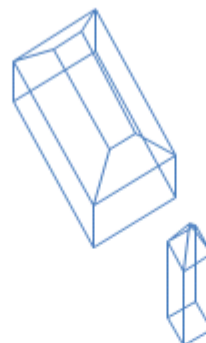
Zentralperspektive

Perspek(P, AugP, stelle)

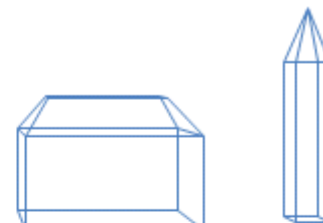
Kavalier



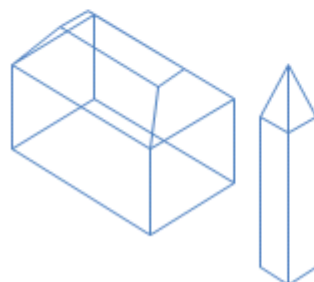
Militär



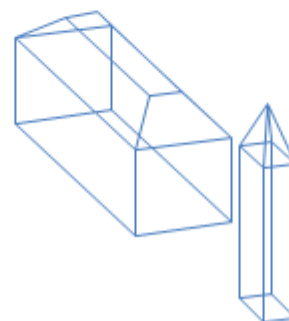
Augpunkt



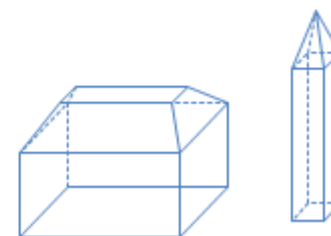
Isometrie



Dimetrie



Standard



DiffGeometrie

KurvenPunkt

$KKurvenP(t, \text{stelle})$

KurvenBogenlänge

$KBoglen(ta, tb, n)$

KurvenKrümmung

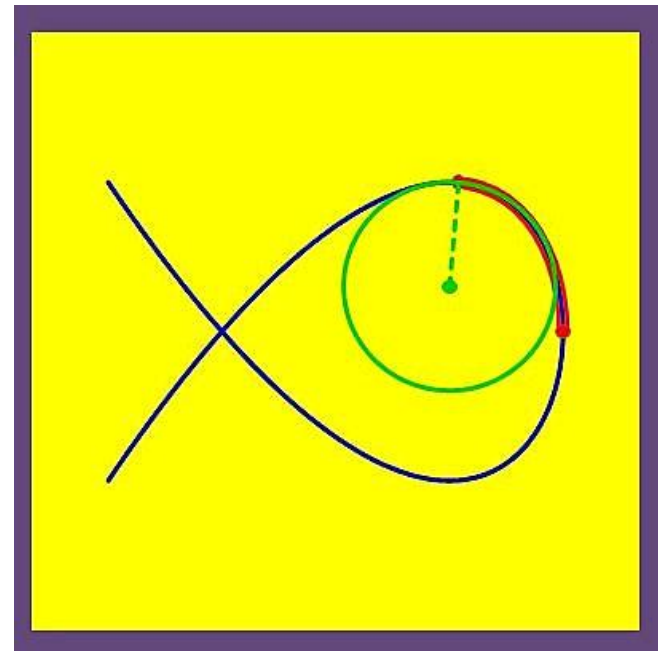
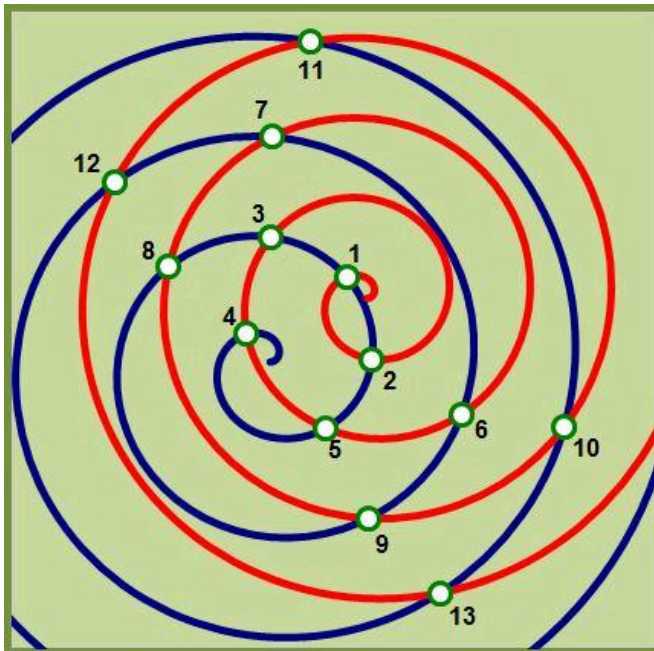
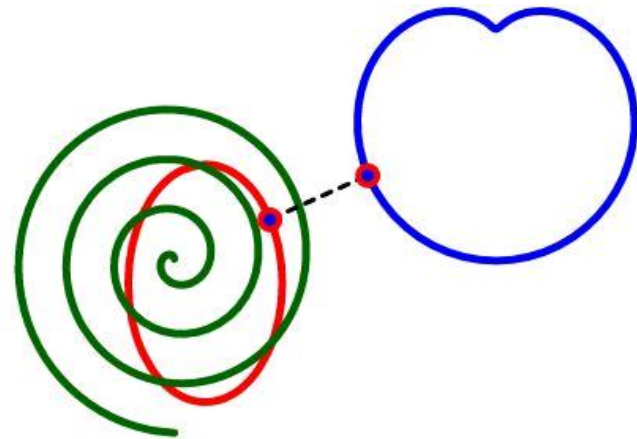
$KKrumm(t, h)$

Krümmungsmittelpunkt

$KKrMP(t, h, \text{stelle})$

KurvenParameter

$KBoginv(l, ta, h)$



4. Thesen zum geometrischen Modellieren

Modellieren

Mathematisch Modellieren:

Auswählen und Anpassen eines Musters

auf einen konkreten (oder abstrakten Gegenstand) oder Vorgang

Mathematisieren

Hier: Geometrisieren

Ziel: Angemessenheit (relativ)

Einfachheit (Lineare / Exponentielle Zunahme - Urnenmodell)

Anschaulichkeit (Bohr, Elementarmagneten, Atom, Kristallgitter)

Thesen zum Modellieren

- Das mathematische Modellieren ist ein Übersetzen in Mathematik.
- Die Weiterverarbeitung („Arbeiten im Modell“) ist nicht Teil des Modellierens.
- Modellieren und Unterrichtsalltag – das passt nicht zusammen.
- Modellieren und „PISA“-Aufgaben – das passt nicht zusammen
- Parametrische Lösungen („Szenarios“) ersetzen Lösungsformeln.
- Modellieren und CAS – das passt nicht zusammen.
- Der Computer ist ein Standardwerkzeug beim Modellieren.
- Betrachtungen über Genauigkeit der Eingangsdaten sind unverzichtbar.
- Der modellierte Sachverhalt muss kein realer sein.

Thesen zum Geometrischen Modellieren

- Der Computer ist ein Standardwerkzeug beim GM.
- Innerfachlich geht es um Koordinaten- und Differentialgeometrie (Numerik).
- Die Validierung eines geometrischen Modelles erfolgt in der Regel visuell.
- Für räumliches Modellieren ist Darstellende Geometrie die Grundlage.
- Arbeiten mit Material („Basteln“) sollte mit in Betracht gezogen werden.
- Kinematische Modellierungen („Simulationen“) sollten stärker einfließen.
- Die Möglichkeiten, fächerübergreifend zu modellieren, werden missachtet.

Geometrisches Modellieren

„Das geometrische Modellieren beschäftigt sich mit dem rechnergestützten Entwurf und der Manipulation geometrischer Formen.“

„Kombinatorisches Modellieren“

„Dabei werden geometrische Formen zusammengesetzt aus Grundelementen wie Punkten, Kurven, Flächenstücken und Polyedern.“

„Differentialgeometrisches Modellieren“

„Analyse geometrischer Formen unter dem Blickwinkel der Differentialrechnung“

„Dabei geht es etwa Krümmungs- und Metrikaspekte von Kurven und Flächen.“

Abramowski, Müller: Geometrisches Modellieren - Teubner-Verlag 1991

„Mit dem Begriff ‘Geometrisches Modellieren’ umschreibt man das Herzstück jedes rechnergestützten CAD/CAM-Systems.“

Analytische Verfahren (mit „Standardprimitiven“)

Bauwesen, Architektur, Maschinen- und Werkzeugbau

Approximierende Verfahren

Fahrzeug-, Flugzeug- und Schiffbau

Fräsen, Gießen, Schneiden

Brüderlin, Meier: Computergrafik und geometrisches Modellieren - Teubner 2001

5. Geometrie: Konzepte für den Unterricht

Geometrie

Ansätze für den Unterricht in Geometrie:

- Deduktive Theorie / Lokales Ordnen / Beweisen
- Konstruieren, „Knobeln“
- Abbilden der Realität / Modellieren

„Rekurs auf Beobachtungen und Messungen an realen geometrischen Objekten“

Girnat

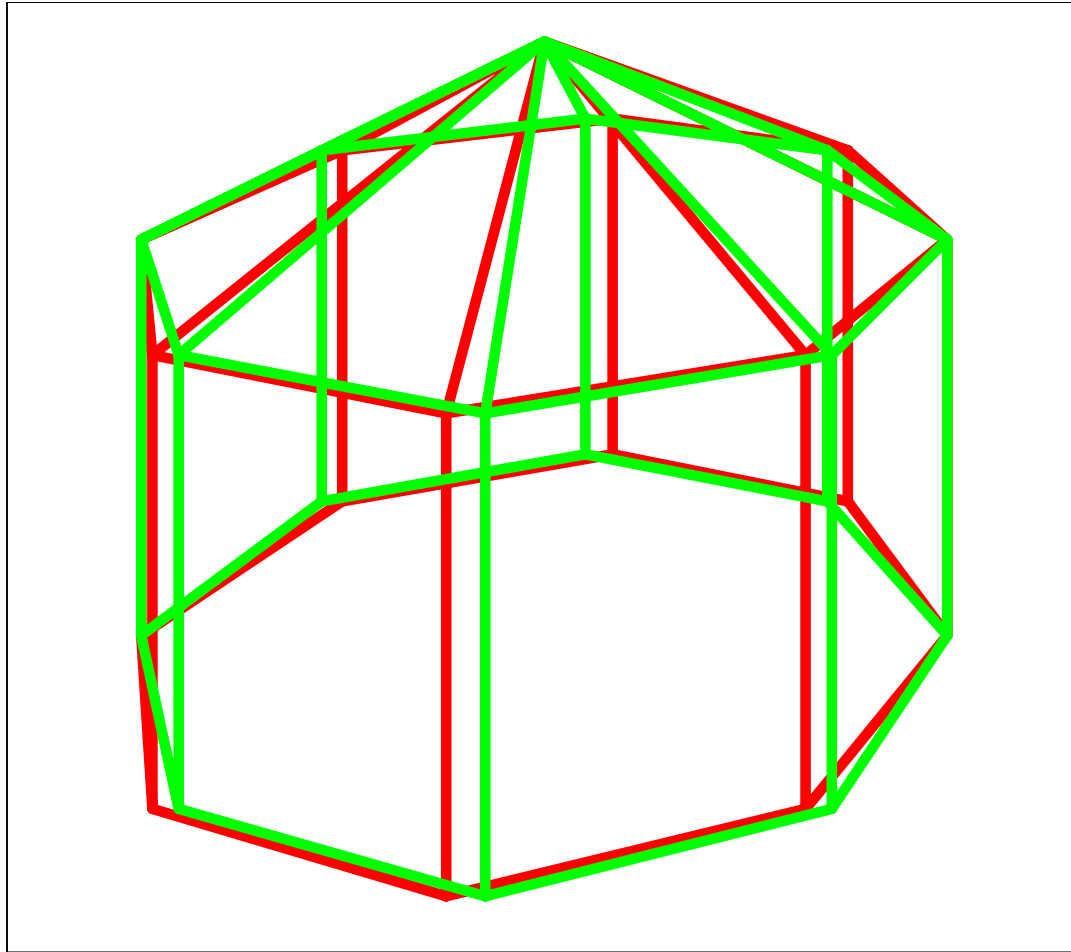
Das Zitat von Herrn F macht auf ein systematisches Problem aufmerksam, das zwischen den Argumentationsgrundlagen und -standards in einem anwendungsorientierten, auf Modellbildung zielenden und einem auf Beweis- und Problemaufgaben ausgerichteten Geometrieunterricht besteht, so wie sie in der folgenden Tabelle zusammengestellt sind (vgl. Girnat, 2009):

<i>Aspekt</i>	<i>Modellbildung</i>	<i>Beweis-/ Problemaufgabe</i>
Gegenstand des Interesses	singuläre Situation	allgemeine Aussage oder Konfiguration
Erkenntnistheoretischer Zugang	durch Messung, Beobachtung und Experimente	durch Konfigurations-/ Konstruktionsbeschreibungen
Modellierung	Durch Vereinfachung	Vereinfachung unzulässig
Mathematische Methoden	Erstellung eines mathematischen Modells	Anwendung bekannter Sätze, Operatoren und Algorithmen
Überprüfung	empirisch	deduktiv

4. Offene Fragen

Mit dieser Beobachtung soll geschlossen und der Anstoß zu didaktischen Diskussionen gegeben werden: Weicht der Anwendungsbezug der Geometrie tatsächlich von Vorstellungen der Modellbildungstheorie ab und wie lassen sich die Leitideen der Anwendungsorientierung und des klassischen Beweisen und Problemlösens im Geometrieunterricht in Einklang bringen?

Drehhaus



Pantograph / Pantopant

