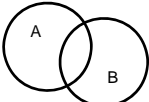


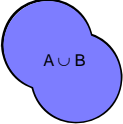
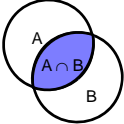
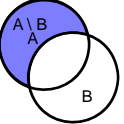
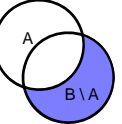
# BOOLESCHE OPERATIONEN

## BOOLESCHE OPERATIONEN

Die Begriffe Vereinigung, Durchschnitt und Differenz aus der Mengenlehre spielen auch in der Geometrie beim Erzeugen von Objekten eine große Rolle. Sie sollen hier mit Hilfe der Venn- Diagramme veranschaulicht werden.

Gegeben sind zwei Mengen A und B



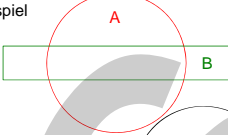
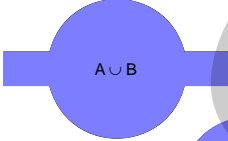
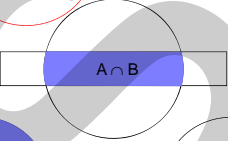
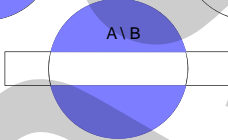
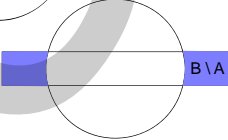
Vereinigung	Durchschnitt	Differenz	Differenz
$A \cup B$	$A \cap B$	$A \setminus B$	$B \setminus A$
			
Alle Elemente, die <b>entweder</b> in A <b>oder</b> in B liegen.	Alle Elemente, die <b>sowohl</b> in A <b>als auch</b> in B liegen.	Alle Elemente <b>von A</b> , die <b>nicht</b> in B liegen.	Alle Elemente <b>von B</b> , die <b>nicht</b> in A liegen.

VERITAS

## BOOLESCHE OPERATIONEN

Im computergestützten Konstruieren treten diese Mengenoperationen im Zusammenhang mit geometrischen Objekten auf: Zunächst ein ebenes Beispiel

Die Ausgangsobjekte:

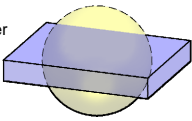






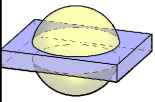

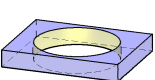

VERITAS

## BOOLESCHE OPERATIONEN

Im computergestützten Konstruieren treten diese Mengenoperationen im Zusammenhang mit geometrischen Objekten auf:

Ein Beispiel mit Kugel und Quader

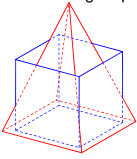


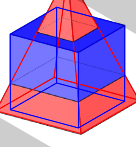
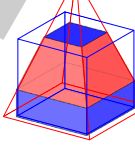
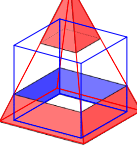
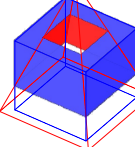
Vereinigung	Durchschnitt	Differenz Quader \ Kugel	Differenz Kugel \ Quader
			
Alle Elemente, die <b>entweder</b> im Quader <b>oder</b> in der Kugel liegen.	Alle Elemente, die <b>sowohl</b> im Quader <b>als auch</b> in der Kugel liegen.	Alle Elemente <b>des Quaders</b> , die <b>nicht</b> in der Kugel liegen.	Alle Elemente <b>der Kugel</b> , die <b>nicht</b> im Quader liegen.

VERITAS

## BOOLESCHE OPERATIONEN

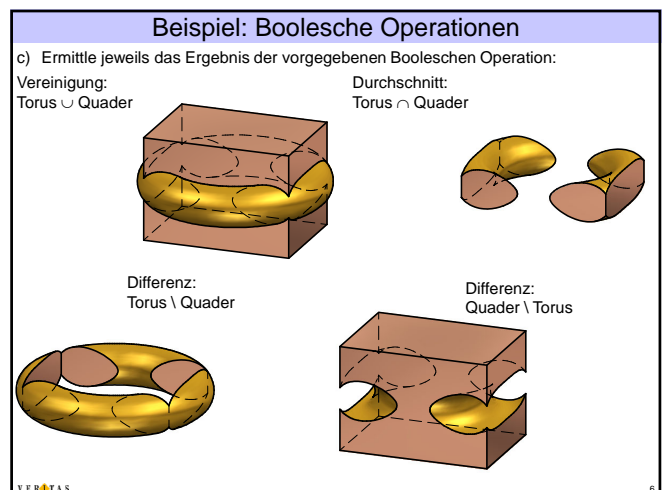
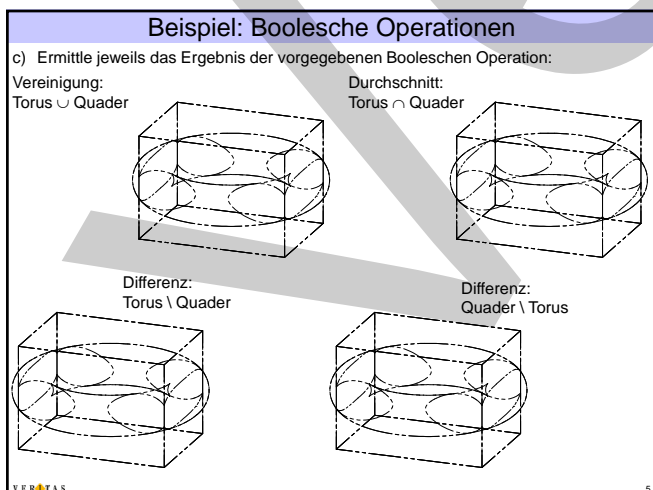
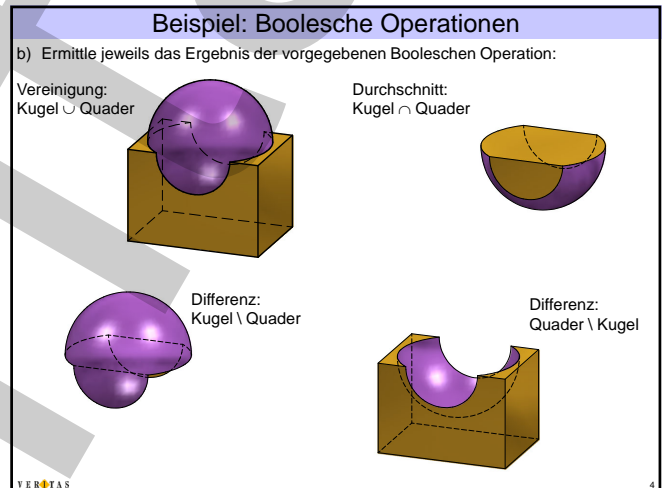
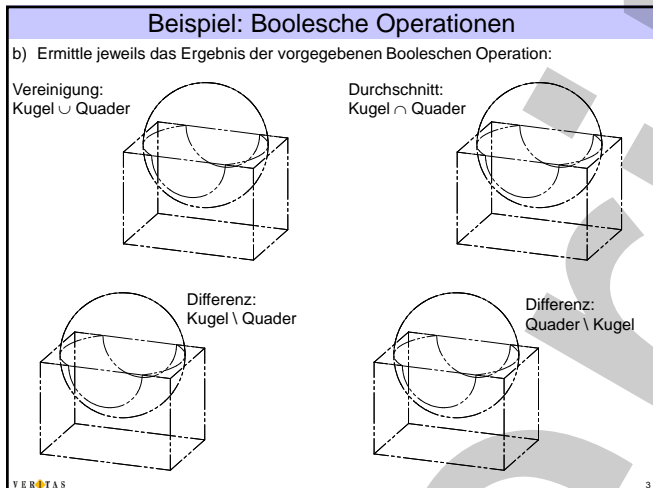
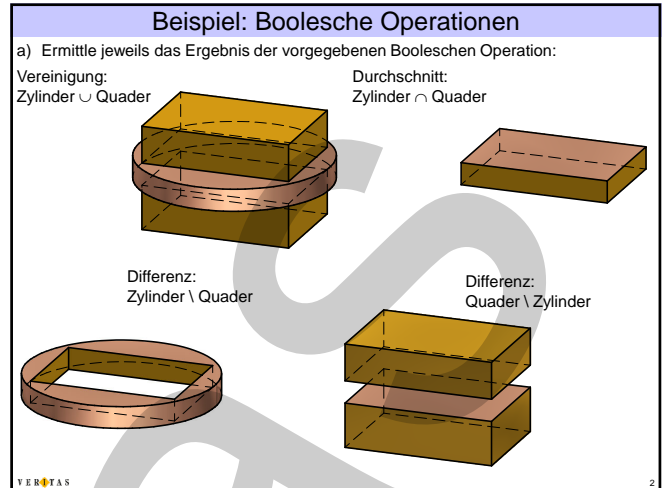
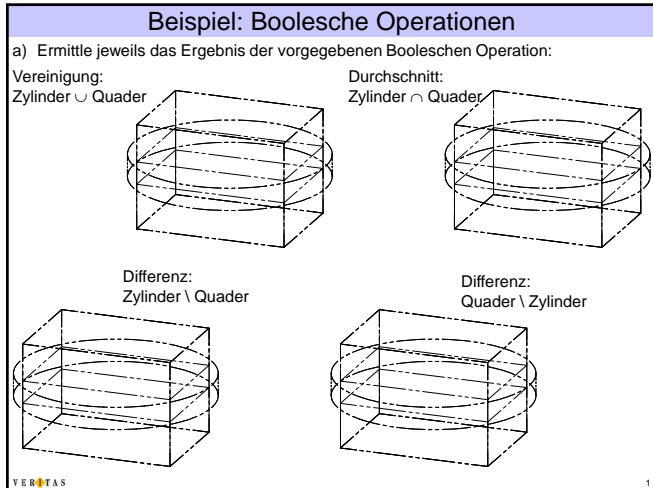
Im computergestützten Konstruieren treten diese Mengenoperationen im Zusammenhang mit geometrischen Objekten auf: Ein Beispiel mit Pyramide und Würfel:

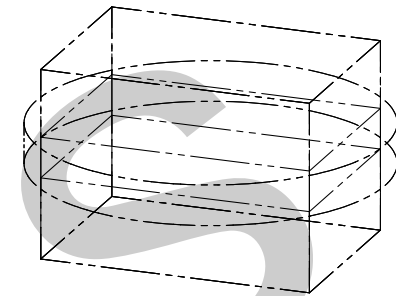
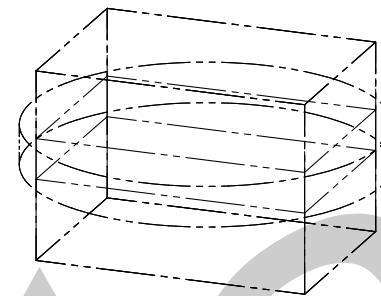
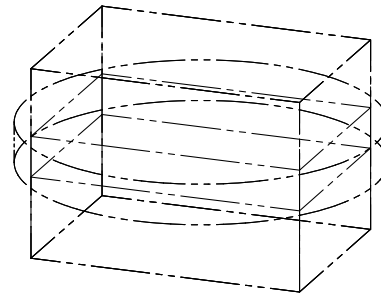
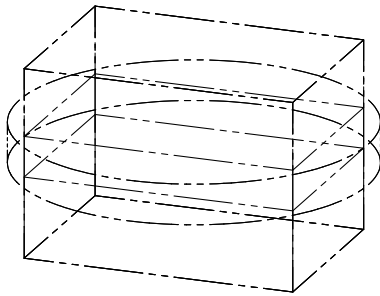
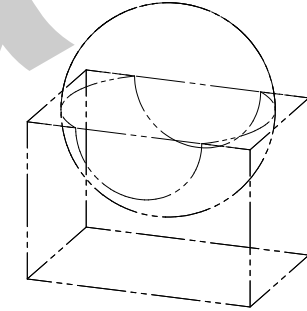
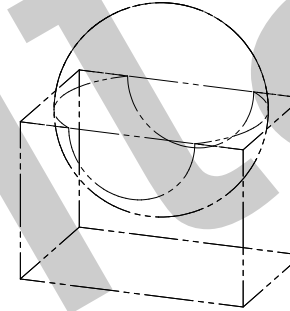
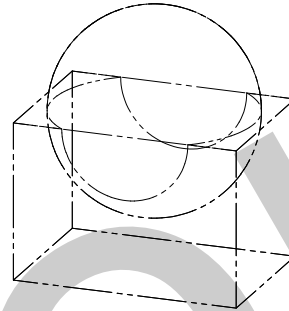
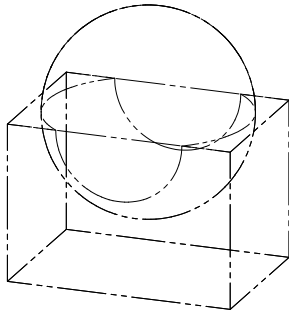
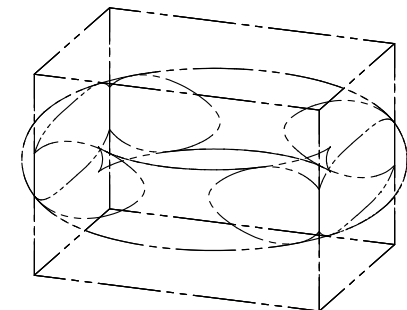
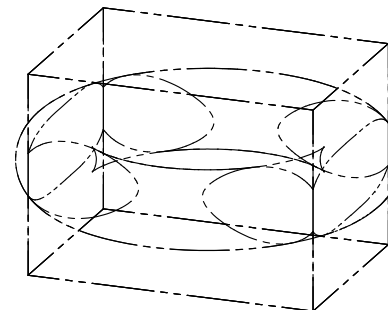
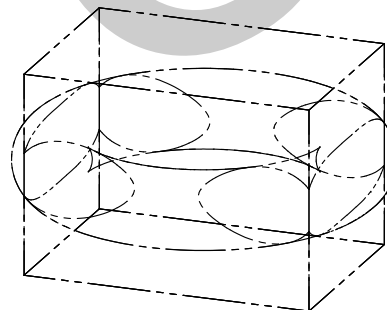
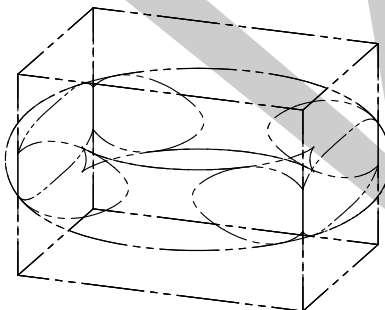


Vereinigung	Durchschnitt	Differenz Pyramide \ Würfel	Differenz Würfel \ Pyramide
			
Alle Elemente, die <b>entweder</b> im Würfel <b>oder</b> in der Pyramide liegen.	Alle Elemente, die <b>sowohl</b> im Würfel <b>als auch</b> in der Pyramide liegen.	Alle Elemente <b>der Pyramide</b> , die <b>nicht</b> im Würfel liegen.	Alle Elemente <b>vom Würfel</b> , die <b>nicht</b> in der Pyramide liegen.

VERITAS

# Beispiel: Boolesche Operationen



a) Vereinigung: Zylinder  $\cup$  QuaderDurchschnitt: Zylinder  $\cap$  QuaderDifferenz: Zylinder  $\setminus$  QuaderDifferenz: Quader  $\setminus$  Zylinderb) Vereinigung: Kugel  $\cup$  QuaderDurchschnitt: Kugel  $\cap$  QuaderDifferenz: Kugel  $\setminus$  QuaderDifferenz: Quader  $\setminus$  Kugelc) Vereinigung: Torus  $\cup$  QuaderDurchschnitt: Torus  $\cap$  QuaderDifferenz: Torus  $\setminus$  QuaderDifferenz: Quader  $\setminus$  Torus

# Example: Cross Vault

## Example: Ellipses as Intersection Curves of Two Cylinders

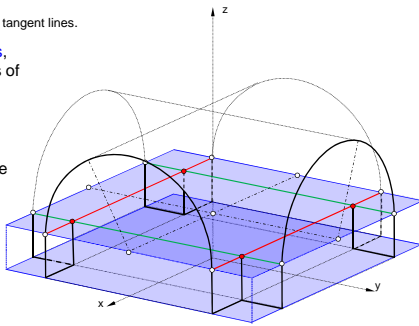
a) Two congruent cylindrical surfaces (with intersecting perpendicular axes) form a cross vault. Complete the cross vault by points and tangent lines.

Use **horizontal auxiliary planes**, which are parallel to both axes of rotation.

These planes intersect each cylinder along **generatrices**.

Start with the plane through the axes of rotation.

Show proper visibility of the edges of the prism.



VERITAS

1

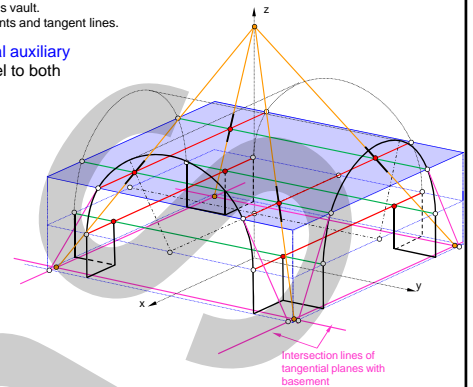
## Example: Ellipses as Intersection Curves of Two Cylinders

a) Two congruent cylindrical surfaces (with intersecting perpendicular axes) form a cross vault. Complete the cross vault by points and tangent lines.

Choose further **horizontal auxiliary planes**, which are parallel to both axes of rotation.

Construct **tangent lines** through these points.

Use symmetry with respect to the z-axis!



VERITAS

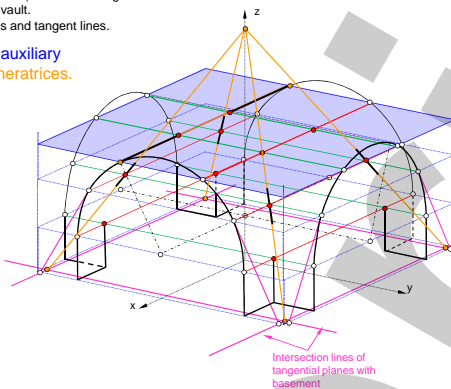
2

## Example: Ellipses as Intersection Curves of Two Cylinders

a) Two congruent cylindrical surfaces (with intersecting perpendicular axes) form a cross vault. Complete the cross vault by points and tangent lines.

Choose further **horizontal auxiliary planes** through **outline generatrices**.

The outline generatrices are the tangent lines of the outline points!



VERITAS

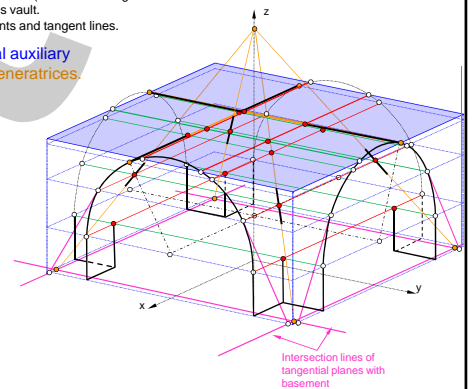
3

## Example: Ellipses as Intersection Curves of Two Cylinders

a) Two congruent cylindrical surfaces (with intersecting perpendicular axes) form a cross vault. Complete the cross vault by points and tangent lines.

Choose further **horizontal auxiliary planes** through **outline generatrices**.

The outline generatrices are the tangent lines of the outline points!



VERITAS

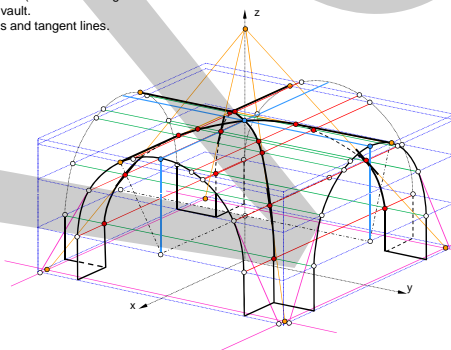
4

## Example: Ellipses as Intersection Curves of Two Cylinders

a) Two congruent cylindrical surfaces (with intersecting perpendicular axes) form a cross vault. Complete the cross vault by points and tangent lines.

Construct the **highest intercept!**

Determine intersection curves = parts of ellipse!



VERITAS

5

## Example: Ellipses as Intersection Curves of Two Cylinders

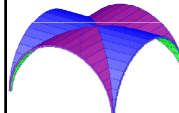
a) Two congruent cylindrical surfaces (with intersecting perpendicular axes) form a cross vault. Complete the cross vault by points and tangent lines.

Show proper visibility!

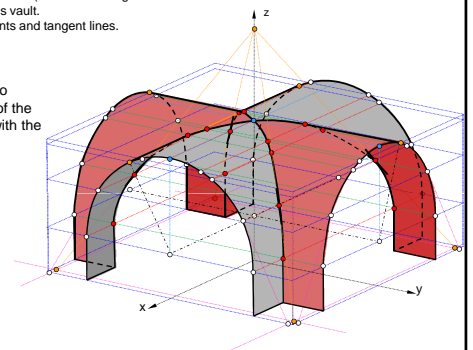
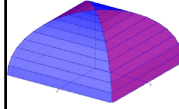
Remark:

It is possible to construct two different kinds of vault, out of the same congruent cylinders with the same intersection curve:

Cross vault:



Domical vault:

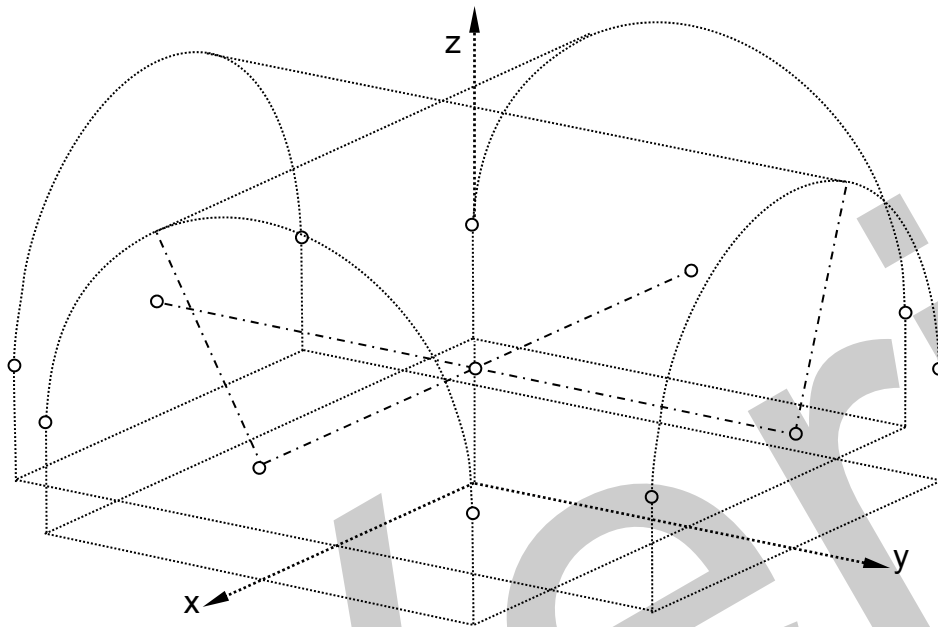


Additional task: name the Boolean operation, which is necessary to receive each of the stated vaults, if a CAD-software has to be used.

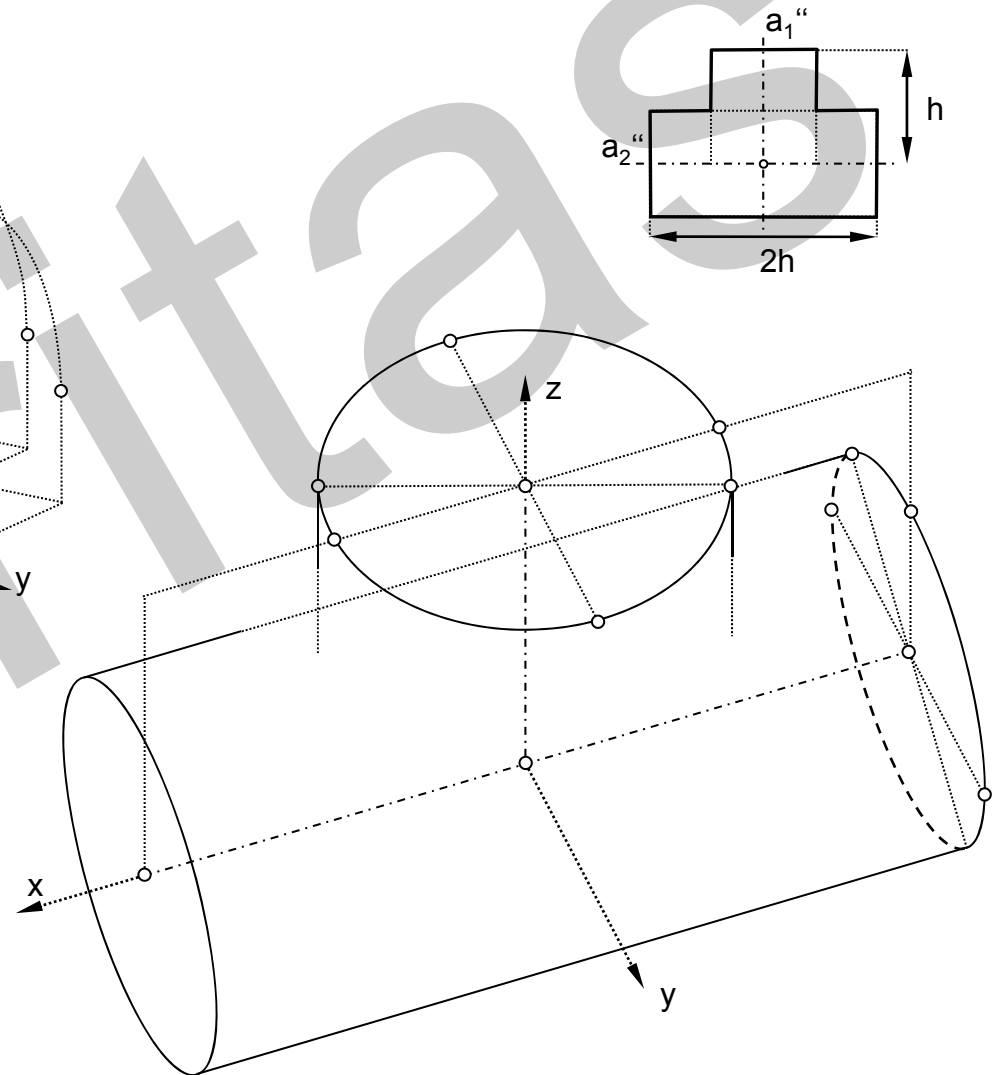
VERITAS

6

a) Two congruent cylindrical surfaces (with intersecting perpendicular axes) form a cross vault. Complete the cross vault by points and tangent lines.



b) Two cylindrical surfaces of same diameter and with intersecting perpendicular axes form a pipe connection. Complete the pipe connection by points and tangent lines.



# Perspektive: Grundriss-Spurpunkt-Methode

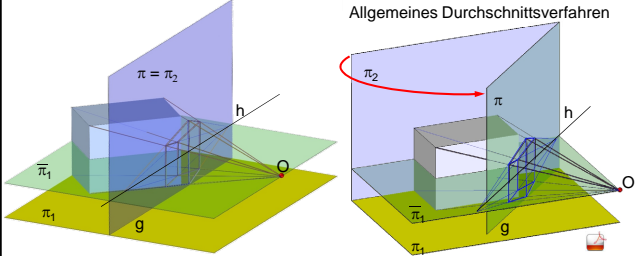
## Perspektive: Grundriss-Spurpunkt-Methode

**Ausgangssituation:**  
Der unten abgebildete graue Quader soll aus dem (Augpunkt) O auf die Bildebene  $\pi = \pi_2$  abgebildet werden.

Als Hilfsriss wird der Grundriss benutzt, der so gedreht wird, dass die Aufrissebene im Gegensatz zum allgemeinen Durchschnitverfahren gleichzeitig die perspektivische Bildebene ist.

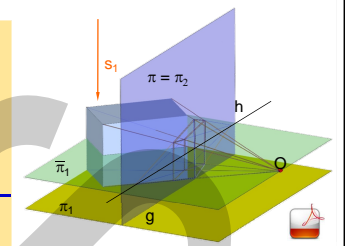
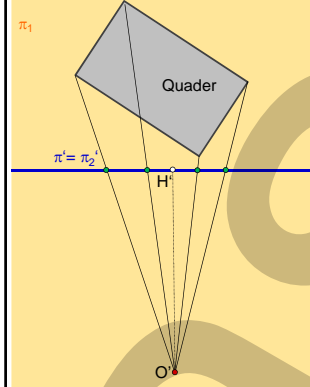
Quader, Augpunkt, Bildebene  $\pi$  der Perspektive und Sehstrahlen werden zur Ermittlung des perspektivischen Bildes im Grundriss abgebildet.

Allgemeines Durchschnitverfahren



## Perspektive: Grundriss-Spurpunkt-Methode

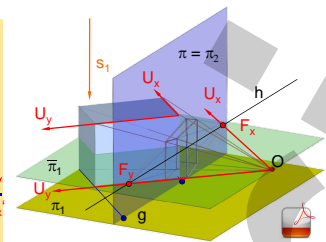
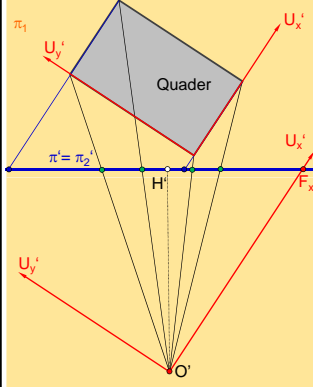
Grundriss: Blickrichtung  $s_1$



Zeichne die Sehstrahlen und schneide sie mit der Bildebene  $\pi$ .  
Die Bildebene  $\pi$  ist bei diesem Verfahren erstprojizierend, daher können die Schnittpunkte der Sehstrahlen mit der Bildebene im Grundriss sehr leicht ermittelt werden.

## Perspektive: Grundriss-Spurpunkt-Methode

Grundriss: Blickrichtung  $s_1$

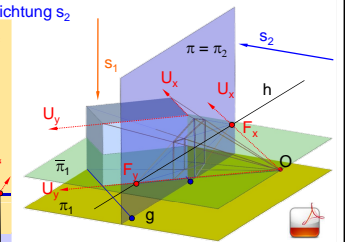
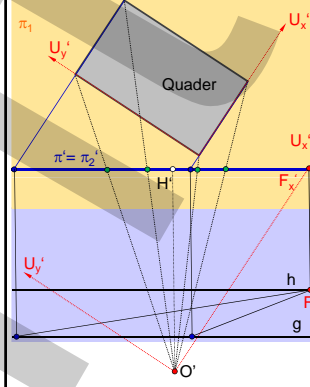


Verlängere die Quaderkanten, um ihre Schnittpunkte mit der Bildebene (=Spurpunkte) zu erhalten.

Ermittle die Bilder der Fernpunkte, die Fluchtpunkte.

## Perspektive: Grundriss-Spurpunkt-Methode

Grundriss: Blickrichtung  $s_1$ , Aufriss: Blickrichtung  $s_2$

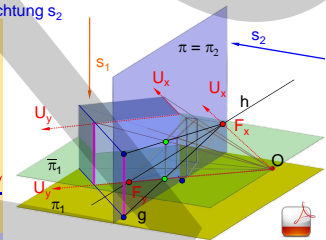
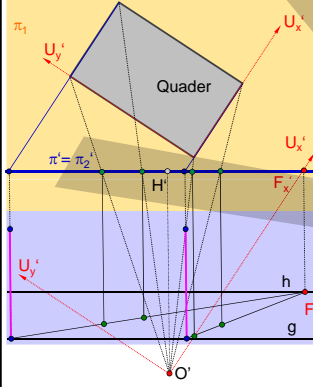


Platziere den **Aufriss** = perspektivische Ansicht in den Bereich zwischen  $O'$  und  $\pi'$ .  
Ordne die **Spurpunkte** und die **Fluchtpunkte** in den Aufriss.

Zeichne die Trägergeraden der Quaderbasiskanten durch Verbinden der Spurpunkte mit den Fluchtpunkten.

## Perspektive: Grundriss-Spurpunkt-Methode

Grundriss: Blickrichtung  $s_1$ , Aufriss: Blickrichtung  $s_2$



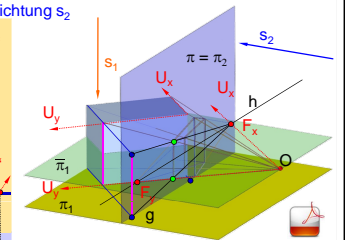
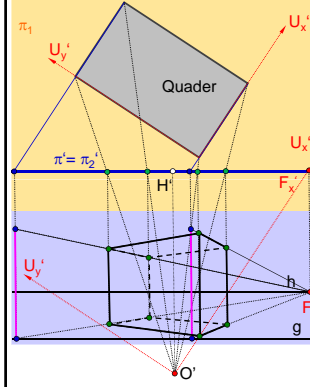
Die Quaderpunkte liegen auf den so vorbereiteten Geraden.

Ordne die **Quaderpunkte** in den Aufriss.

Da in Perspektive Strecken nur dann in wahrer Länge erscheinen, wenn sie in der Bildebene liegen, kann man die **Höhen in wahrer Länge** nur in den **Spurpunkten** abtragen.

## Perspektive: Grundriss-Spurpunkt-Methode

Grundriss: Blickrichtung  $s_1$ , Aufriss: Blickrichtung  $s_2$



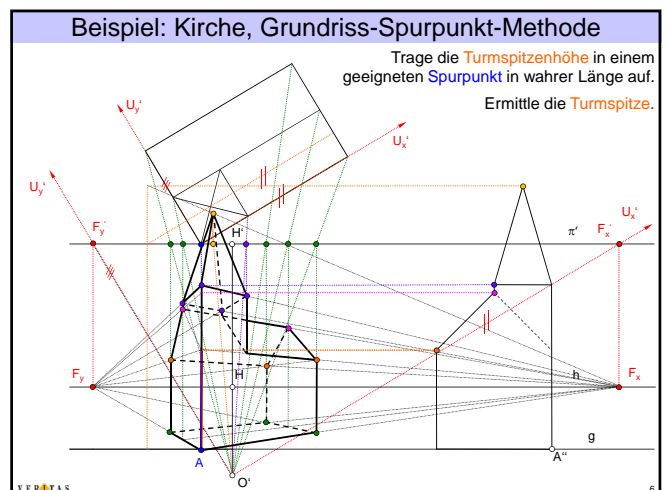
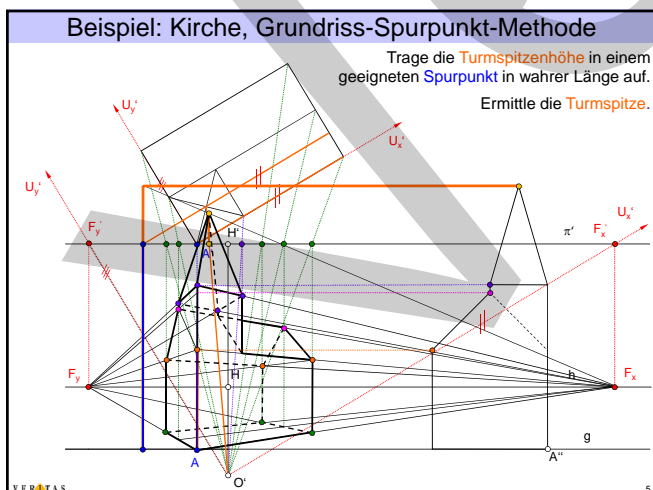
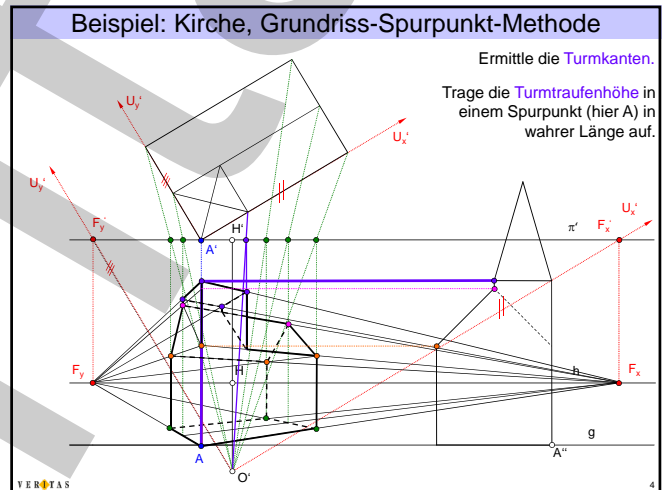
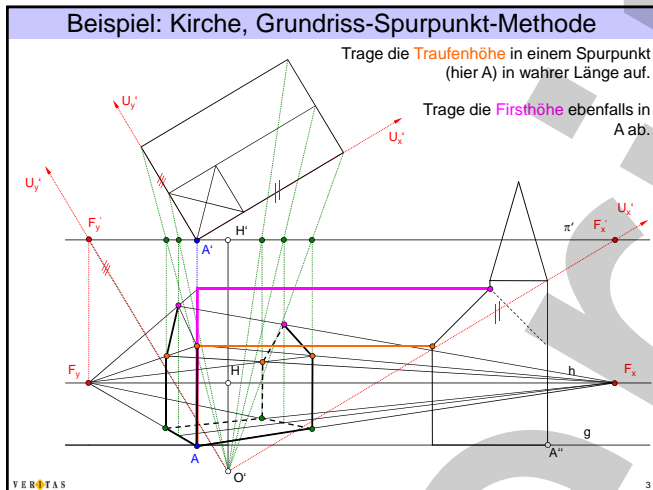
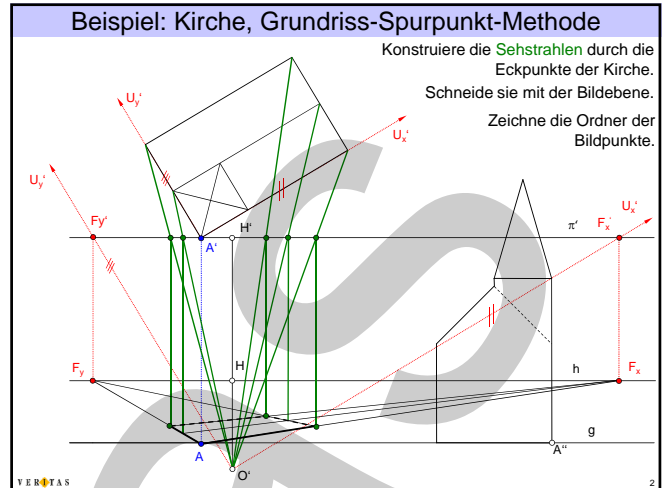
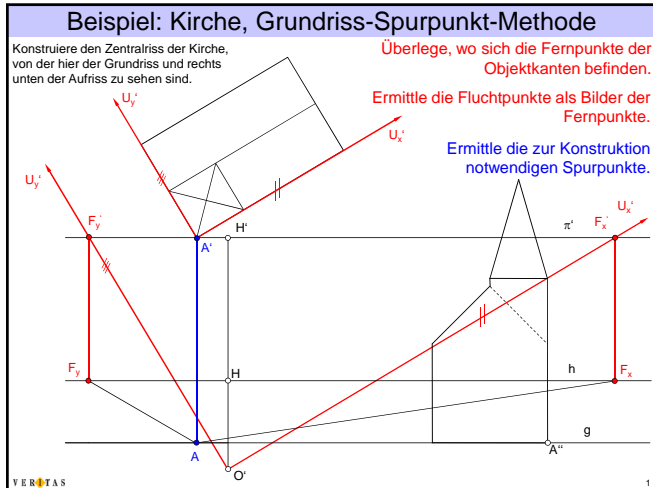
Die Kanten der Deckfläche sind parallel zu denen der Grundfläche.

Sie müssen daher die gleichen Fluchtpunkte haben.

Verbindet man die so erhaltenen **Punkte**, so liefern sie eine unverzerrte perspektivische Ansicht des Quaders.



# Beispiel: Kirche, Grundriss-Spurpunkt-Methode



Konstruiere den Zentralriss der Kirche, von der hier der Grundriss und rechts unten der Aufriss zu sehen sind.

