

## 32. Fortbildungstagung - 8. bis 10. November 2011, BIFEB St. Wolfgang

# Beiträge zum zeitgemäßen kompetenzorientierten Geometrieunterricht

## Detailprogramm

Stand: 02.11.2011

### Dienstag 8. November 2011

Moderation: Michaela KRAKER, Graz

08:45 Registrierung der Teilnehmer/innen

09:00 Klaus SCHEIBER, Graz  
Eröffnung der Tagung, Organisatorisches

09:10 Martin PETERNELL, Wien  
Anmerkungen zum Tagungsprogramm

09:20 Michaela KRAKER, Graz  
Kurzberichte zu aktuellen Entwicklungen und  
Aktivitäten im Fachbereich

09:40 Zeljko DJURETIC, Hoofddorp (NL)  
Neuer MicroStation-Vertrag 2012 - 2016

09:55 Hannes RASSI, Graz  
Die neuen kompetenzorientierten HTL-Lehrpläne

10:05 Manfred HUSTY, Innsbruck  
Universitätslehrgang Darstellende Geometrie

10:15 Georg GLAESER, Wien  
Kontinentaldrift und ozeanisches Förderband - ein  
Plädoyer für den Globus

10:45 **Pause**

11:15 Otto RÖSCHEL, Graz  
Verallgemeinerte Antiprismen

*ADG-Vorstand, IBDG, Webplattformen geometry.at und  
geometrie.schule.at, Fachdidaktiktag bei IMST3, Thematisches  
Netzwerk "Geometrie Sek1", Arbeitsgruppen FfG, DiFAG III und  
ADI GEOMETRIE, Geometrieausbildung an PH und UNI, ...*

*Details und Informationen zum Folgeagreement mit der Firma  
bentley betreffend MicroStation für die Schulen in Österreich*

*Nach wie vor werden - aus Bequemlichkeit, Einfachheitsgründen  
oder Unwissen - Illustrationen von globalen Sachverhalten auf  
unserem Planeten in stark verzerrenden kartografischen  
Abbildungen publiziert. Da sieht man Satellitenbahnen, die wie  
ausgebeulte Sinuskurven aussehen, das globale ozeanische  
Förderband, wie es bei seinen Umrundungen der Antarktis nahezu  
waagrecht in mehreren Streifen vermeintlich von West nach Ost  
läuft, oder aber eine Antarktis, die aber schon gar nichts mit  
Australien zu tun hat, obwohl beide Kontinente eine vergleichbare  
Form haben. Im Computer-Zeitalter sollte so etwas nicht passieren.  
Es werden Computersimulationen gezeigt und erklärt, welche die  
erwähnten Themen und einiges mehr viel anschaulicher und - vor  
Allem - verständnisfördernder vermitteln.*

*Das Studium von Polyedern ist in Verbindung mit dem Einsatz von  
CAD-Paketen ein lohnendes Gebiet für den Schulunterricht. Es*

**Aktuelles aus  
der Geometrie**

**Geometrie in  
Technik,  
Wissenschaft und  
Forschung**

12:30 Mittagessen

Moderation: Georg GLAESER, Wien

14:30 Bodo von PAPE, Oldenbourg (D)  
Voronoi-Parkette - Mathematische Vorlagen für  
Natur und Technik, Wissenschaft und Kunst

15:00 Martin HAHN, Wien  
Geometrie in der Spieltheorie

*verbindet raumgeometrische Überlegungen und Konstruktionen mit Methoden der analytischen Geometrie. Der Vortrag soll anhand der Erstellung sogenannter verallgemeinerter Antiprismen Anregungen für Projekte zu diesem Themenbereich geben. Verallgemeinerte Antiprismen bestehen wie die Antiprismen aus zwei kongruenten regulären  $n$ -Ecken als Basis- und Deckfassetten, während ihre Seitenfassetten aus  $2n$  kongruenten Fünfecken gebildet werden. Wir werden Erzeugungen dieser Polyeder angeben, ihre Symmetrien studieren und uns dann besonderen Beispielen zuwenden. Wir zeigen, dass für jedes  $n > 2$  Beispiele existieren, bei denen alle Kanten des Polyeders eine gemeinsame Kugel berühren. Weiters werden wir Bedingungen für jene verallgemeinerten Antiprismen angeben, bei denen alle Kanten dieser Polyeder gleich lang sind (und daher ein Stabmodell aus gleich langen Stäben realisierbar ist).*

*Bei den Voronoi-Diagrammen geht es um die Aufteilung eines ebenen Bereichs in Nachbarschaften der Elemente einer Punktmenge, typischerweise eines "Punkthaufens". Auch viele der klassischen - "regulären" - Parkette lassen sich als Voronoi-Parkette erzeugen. Für die Ebene werden zahlreiche Variationen und Verallgemeinerungen des Konzepts in den Blick genommen. Mit der Übertragung in den  $R^3$  ist man bei einem Begriff, der sich als grundlegend erweist für Erkenntnisse sowohl im Bereich der Atome wie auch im Hinblick auf den Kosmos ("Voronoi-Schaum-Modell des Universums"). Zudem verfügt man damit über den Schlüssel zur Aufklärung der Kepler-Vermutung. Ein duales Konstrukt sind die Delaunay-Diagramme. Sie leisten wichtige Dienste bei 3D-Modellierungen in der Computergrafik und kommen zum Tragen ebenso bei Punkt-Interpolationen wie beim Lösen von Differentialgleichungen. Im Hinblick auf Architektur und Design ist aktuell gar von einer "Voronoi-Obsession" die Rede: "Voronoi diagrams have probably become the 'golden mean' of computational architecture".*

*Präsentiert wird eine Anwendung der Geometrie in der Spieltheorie. Die Spieltheorie ist ein Zweig der Mathematik/Wirtschaftswissenschaften, der Situationen mit mehreren Entscheidungsträgern modelliert. Um eine optimale Strategie in einer solchen Situation zu finden, muss man das Verhalten der anderen Spieler antizipieren. Eine Situation, in der alle Spieler eine ideale Strategie wählen, nennt man ein Nash*

- Gleichgewicht. Ein Zweig der Spieltheorie, die evolutionäre Spieltheorie, beschäftigt sich mit Spielen, die immer wieder gespielt werden. Stellt sich hier ein Nash Gleichgewicht "von selbst" ein? Ein Spiel, in dem es um die optimale Wahl aus monogam, polygam oder "sneaky" sein geht, wird mit geometrischen Methoden vollständig analysiert.
- 15:30 **Peter FAZEKAS, Graz**  
Beweglichkeit eines Zeolith-Modells
- Vortrag zur Reihe "Fachbezogene Diplomarbeiten"*  
Von H. HARBORTH und M. MÖLLER stammt eine Beschreibung einer "gesättigten Packung" von 16 Tetraedern, die durch 32 sphärische Gelenke miteinander verbunden sind. Das heißt, jede Tetraederecke ist mit genau einer Ecke eines weiteren Tetraeders über ein Kugelgelenk verbunden. Obwohl die GRÜBLERsche Formel für dieses Modell einen theoretischen Freiheitsgrad  $f = -6$  ergibt und das Modell daher starr sein sollte, wird gezeigt, dass in allgemeiner Position zumindest eine zweiparametrische Beweglichkeit vorliegt. Weiters wird auf geometrisch interessante Positionen des Modells im Bezug auf den Querschnitt prismatischer Kanäle durch das Objekt eingegangen. Diese entstehen als durch das Objekt laufende Freiräume bei Betrachtung der Tetraeder als Vollkörper.
- 16:00 **Pause**
- 16:30 **David GRUBER, Wien**  
Konchoiden
- Konchoiden sind ein Spezialfall der Kissoiden, ihren eigenen Namen verdanken sie dem griechischen Mathematiker NIKOMEDES (um 250 v. Chr.). Sie besitzen folgende Erzeugungsweise: Man wähle eine Kurve  $c$ , einen Punkt  $O$  und eine Distanz  $d$ . Die Konchoide ist die Menge von Punkten  $Q$ , die im Abstand  $d$  von  $P$  aus  $c$  auf der Geraden  $PO$  liegen. Bekannte Beispiele sind die Konchoide des NIKOMEDES ( $c$  ist eine Gerade) und die PASCALSchen Schnecken ( $c$  ist ein Kreis). Die Definition der Konchoiden von Flächen folgt ähnlichen Schritten. Für analytische Zwecke kann man  $O$  im Ursprung wählen und mittels einer Polardarstellung von  $c$  können deren Konchoiden direkt berechnet werden.
- 17:00 **Elisabeth PILGERSTORFER, Linz**  
Optimales Einparken
- Seit sieben Jahren wird die Projektwoche Angewandte Mathematik von der Stiftung Talente in Zusammenarbeit mit der Johannes Kepler Universität Linz durchgeführt. In diesem Vortrag wird das diesjährige Projekt aus dem Themenbereich Geometrie vorgestellt. Dabei ging es darum, den Einparkvorgang eines PKWs von der mathematischen Seite zu beleuchten. Die Schüler/innen erarbeiteten, wie der Einparkvorgang funktioniert, von welchen Variablen die Mindestgröße des Parkplatzes abhängt und eine Strategie, wie möglichst platzsparend, also optimal eingeparkt werden kann. Im Vortrag werden die von den Schüler/innen erarbeiteten Lösungsansätze dieses Projekts, das sich auch als

17:30 [Anita HAHN, Wien](#)  
Pflasterungen in der hyperbolischen Ebene

*Projektarbeit für den Schulunterricht eignet, präsentiert.*

*Vortrag zur Reihe "Fachbezogene Diplomarbeiten"*

*Während in der euklidischen Ebene nur eine sehr begrenzte Anzahl regulärer Pflasterungen existiert, gibt es in der hyperbolischen Ebene unendlich viele. Einleitend werden Modelle der hyperbolischen Ebene von CAYLEY-KLEIN und POINCARÉ vorgestellt. Basierend auf der Theorie diskreter Transformationsgruppen wird eine Anleitung zur Erstellung hyperbolischer Pflasterungen in Form eines Algorithmus gegeben. Zusätzlich zu regulären Pflasterungen werden sowohl duale und quasireguläre Pflasterungen als auch Pflasterungen mit rechtwinkligen Dreiecken und Grenzpolygonen gezeigt. Hyperbolische Pflasterungen und die damit verbundenen diskreten Transformationsgruppen finden Anwendung in der Flächenmodellierung oder im Bereich der Datenvisualisierung. Sie korrelieren mit chemischen Kristallstrukturen und sind sogar in der Kunst durch die Werke von M.C. ESCHER vertreten.*

18:15 **Abendessen**

Moderation: Sybille MICK, Graz

Geometrie für die 7. und 8. Schulstufe

Didaktik und Methodik (AHS und BHS)

- 09:00 [Michaela KRAKER, Graz](#)  
Das Kompetenzmodell für Darstellende Geometrie in der AHS  
*Auf ministeriellen Auftrag hin wurde in den letzten Jahren ein Kompetenzmodell für das Unterrichtsfach Darstellende Geometrie in der AHS erstellt. Auf seiner Basis sind Aufgaben entstanden, die Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht bieten sollen. Im Vortrag werden die Entstehungsgeschichte und die Intention des Modells erörtert. Anhand von Aufgaben wird die Arbeit mit der aktuellen Fassung des Kompetenzmodells demonstriert.*
- 09:30 [Alexander HEINZ, Herdecke \(D\)](#)  
Origami-Polyeder - eine west-östliche Verbindung  
*Die westliche Tradition der regulären und halbrekulären Polyeder, umgesetzt in der östlichen Technik des Papierfaltens (Origami), birgt manche geometrische Entdeckung. Die einfache, formschlüssige Verbindungstechnik überrascht auch unter statischen und kombinatorischen Gesichtspunkten. Im Workshop können einige der vorgestellten Modelle nachgebaut werden.*
- 10:00 [Georg FUCHS, Wien](#)  
Projektionen mit Kerzen, Taschenlampen, Visiereinrichtungen, Overheadfolien & Co.  
*Das Grundwerkzeug des geometrischen Abbildens ist die Projektion. In diesem Vortrag und dem zugehörigen Workshop werden im Unterricht erprobte Konzepte vorgestellt, in denen die Schüler/innen den Vorgang verschiedenster Projektionen (Zentralprojektion, Parallelprojektion) real erleben und nachvollziehen können. Nicht nur die gute alte Camera Obscura sondern auch andere (einfach herzustellende) Gerätschaften wie z.B. Visiereinrichtungen ermöglichen es u.a. so theoretisch anmutenden Begriffen wie Paralleltreue, Winkeltreue etc. experimentell zu begegnen. Der Vortrag richtet sich nicht nur an GZ-Unterrichtende. Auch für den DG(ACG)-Unterricht ist gesorgt, wenn Flucht- und Verschwindungspunkte, Messpunkte etc. angegriffen werden können.*
- 10:30 **Pause**
- 11:00 [Marco HAMANN, Dresden \(D\)](#)  
Geometrie und Stochastik im Mathematikunterricht  
*Im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I ist das Zufallsexperiment ein zentraler Begriff der Stochastik. Dieser wird über das Betrachten von Vorgängen eingeführt, welche beliebig oft unter gleichen Bedingungen wiederholt werden können und deren Ausgänge nicht vorhersagbar sind. Das Werfen eines Würfels ist hierfür ein klassisches Beispiel. Anders als bei diesem werden bei vielen anderen (auch geometrischen) Wurfobjekten mit weniger Symmetrien die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten eines Ausgangs empirisch ermittelt bzw. nur wenige Aussagen darüber innerhalb der Schulmathematik abgeleitet. Im Vortrag soll ein Zugang aufgezeigt werden, der diesen*

**Workshops in  
Kleingruppen  
(parallel)**

11:25 [Manfred BLÜMEL, Purkersdorf](#)  
[Thomas MÜLLER, Krems](#)  
Leitideen des Raumgeometrieunterrichts in der  
Sekundarstufe 1

12:00 [Workshopleiter/innen](#)  
Kurzvorstellung der Workshops

12:30 **Mittagessen**

14:30 [Peter MAYRHOFER, Innsbruck](#)  
Parametrisch konstruieren mit "Grasshopper" unter  
RHINO

[Albert WILTSCHE, Graz](#)  
Einfache Roboter-Geometrien

[Georg FUCHS, Wien](#)  
Projektionen mit Kerzen, Taschenlampen,  
Visiereinrichtungen, Overheadfolien & Co.

[Michaela KRAKER, Graz](#)  
Das Kompetenzmodell für Darstellende Geometrie  
in der AHS

[Alexander HEINZ, Herdecke \(D\)](#)  
Origami-Polyeder - eine west-östliche Verbindung

*Gegenstand aus Sicht der Schulgeometrie beleuchtet und mit anderen Gegenständen wie dem Schwerpunkt und der Diskretisierung geometrischer Objekte verknüpft. Ziel ist es, durch geometrisches/mathematisches Modellieren und adäquates Visualisieren Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten von Ausgängen bei simulierten Zufallsversuchen zu untersuchen. Der Einsatz eines grafikfähigen Taschenrechners mit CAS, welcher im Mathematikunterricht an sächsischen Gymnasien (Deutschland) Verwendung findet, wird ebenfalls diskutiert.*

*Im Kurzvortrag werden die Leitideen des Raumgeometrieunterrichts herausgearbeitet und zur Diskussion gestellt.*

*Kurzpräsentationen der Workshopinhalte, anschl. Anmeldung der Teilnehmer/innen für die Workshops in Kleingruppen am Nachmittag*

*Einführung in das Plug-in "Grasshopper" für RHINOCEROS zur parametrischen Konstruktion. Programmieren in einer grafischen Umgebung ohne Programmiersprache.*

***ACHTUNG: Begrenzte Teilnehmer/innenzahl!***

*Für diesen Workshop stehen 20 PC-Arbeitsplätze zur Verfügung.*

*Mit Hilfe von Kenntnissen aus dem Mathematik- und Geometrieunterricht der Mittelschule sowie geeigneter CAD-Schulsoftware wird die Geometrie von Industrierobotern erarbeitet und visualisiert. Raumgeometrische Überlegungen und parametrisches Konstruieren stehen dabei im Mittelpunkt.*

***ACHTUNG: Begrenzte Teilnehmer/innenzahl!***

*Für diesen Workshop stehen 12 PC-Arbeitsplätze zur Verfügung.*

*Eine Teilnahme mit dem eigenen Notebook ist möglich.*

*Workshop zum gleichnamigen Vortrag*

*Workshop zum gleichnamigen Vortrag*

*Im Workshop wird nach einer kurzen Einführung anhand ausgewählter Beispiele die Arbeit mit dem Kompetenzmodell erprobt. Danach soll über die Herausforderungen bei der Erstellung von kompetenzorientierten Aufgabenstellungen diskutiert werden.*

*Workshop zum gleichnamigen Vortrag*

Manfred BLÜMEL, Purkersdorf  
Thomas MÜLLER, Krems  
Karin VILSECKER, Salzburg  
Leitideen des Raumgeometrieunterrichts in der  
Sekundarstufe 1

16:00 **Pause**

16:30 Heinz SLEPCEVIC, Graz  
Flächenmodellierung mit GAM

Gerhard PILLWEIN, Wien  
Zurück zu den Wurzeln – Entdecken und Beweisen

Helgrid MÜLLER, Klagenfurt  
Sandra LOSBICHLER, Steyr  
Bilingualer DG-Unterricht mit PowerPoint

Ulli VANEK, Klosterneuburg  
Bewegliche und kippende Modelle

Alexander HEINZ, Herdecke (D)  
Fläche - Raum - Bewegung: Raum-Zeit-Formen,  
umgesetzt in Papier

18:15 **Abendessen**

### *Workshop zum gleichnamigen Vortrag*

*Im Workshop werden die Leitideen an Hand von Arbeitsblättern konstruktiv für das Niveau der Sekundarstufe 1 vorbereitet, sodass eine direkte Umsetzung im GZ-Unterricht erfolgen kann.*

*Anhand von typischen Beispielen der letzten 50 Jahre wird der Versuch unternommen, den Weg aufzuzeigen, den die Flächenmodellierung im Geometrie-Unterricht gegangen ist. Dabei wird als Konstruktionswerkzeug GAM verwendet.*

***ACHTUNG: Begrenzte Teilnehmer/innenzahl!***

***Für diesen Workshop stehen 20 PC-Arbeitsplätze zur Verfügung.***

*Fernab von spektakulären 3D-Konstruktionen und Visualisierungen geht es bei diesem Workshop um einfache ebene Figuren, deren vielfältige Eigenschaften mit Hilfe von DGS (Dynamische Geometrie Software) entdeckt, untersucht und bewiesen werden sollen. Nach einem kurzen Vortrag können sich die Teilnehmer/innen selbständig mit zahlreichen Euklid-Dateien beschäftigen, aufbereitet für Schüler/innen der Unter- und Oberstufe.*

***ACHTUNG: Begrenzte Teilnehmer/innenzahl!***

***Für diesen Workshop stehen 12 PC-Arbeitsplätze zur Verfügung.***

***Eine Teilnahme mit dem eigenen Notebook ist möglich.***

*Präsentation einer umfangreichen Sammlung aufbereiteter geometrischer Inhalte und Beispiele im PowerPoint-Format in deutsch und englisch. Leitfaden für den Unterricht.*

*Workshop zum IBDG-Beitrag "Bewegliche Oktaeder" in Heft 2/2010  
Wir werden auch noch andere bewegliche Körper analysieren, konstruieren und Modelle herstellen.*

***Bitte Schere, Bastelkarton, Isolierband und Zeichenwerkzeug selber mitbringen!***

*Geometrische Kompetenzen können sich in der Fläche, im Raum und auch in der Bewegung entwickeln. Formen, die erst durch einen zeitlichen Verlauf im Raum entstehen, verbinden diese unterschiedlichen, aber doch auch zusammen gehörigen Felder. Im Workshop können zwei solcher "Raum-Zeit-Formen" an beweglichen Modellen nachvollzogen und dann in Papier, als geschlossenes Modell in modularer Steck-Technik gebaut werden: das Oloid von Paul SCHATZ und der Drei-Kammer-Körper von Michael DOMAN.*

Moderation: Martin PETERNELL, Wien

Allgemeine  
fachspezifische  
Themen

09:00 [Martin PETERNELL, Wien](#)  
Eine Verallgemeinerung der Viviani-Kurve

*Die klassische Viviani-Kurve (Viviani-Fenster)  $V$  erhält man als Durchschnitt einer Kugel  $K$  mit einem berührenden Drehzylinder  $Z$ , wobei der Radius von  $Z$  halb so gross wie der Radius von  $K$  ist. Diese Kurve ist algebraisch von vierter Ordnung, hat Beziehungen zur Bernoulli'schen Lemniskate und weitere bemerkenswerte Eigenschaften. Ersetzt man den Zylinder  $Z$  durch einen die Kugel  $K$  berührenden Drehkegel  $D$ , so erhält man als Schnitt von  $K$  mit  $D$  eine Kurve  $C$ , welche ähnliche Eigenschaften wie  $V$  hat. Insbesondere sind alle Flächen zweiter Ordnung durch  $C$  Drehquadranten mit parallelen Achsen.*

09:45 [Martin HÄUSLE, Feldkirch](#)  
Darstellende Geometrie als berufsbezogenes  
Lehrfach

*Darstellende Geometrie laut Lehrbüchern in allzu abstrakter Form wirkt auf die Schüler/innen demotivierend und wäre für mich als lehrenden Architekten langweilig und nervend; wird von mir eher als Plagerei für die Schüler/innen aufgefasst. Wir haben als Pädagog/innen die Aufgabe, die Schüler/innen mit motivierenden Übungsinhalten auf ihre Aufgabe als Konstrukteur/in vorzubereiten - die Schüler/innen lassen sich in dem Moment begeistern, in dem sie den Sinn der Aufgabe erkennen können. Die Wahrung des Lehrplanes wird durch eine solche Vorgangsweise nicht behindert.*

10:30 **Pause**

11:00 [Daniel LORDICK, Berlin \(D\)](#)  
Parametrisieren und Schweißen des  
Krabbelnknotens im Erlebnisland Mathematik,  
Dresden

*Zur Wiedereröffnung des "Erlebnislandes Mathematik" in Dresden wurde ein sogenannter Knotenkasten als Klettergerüst aus Edelstahl realisiert. Ausgehend von einem Kleeblattknoten fand die Detailplanung der Konstruktion in einer parametrischen Entwurfssoftware statt. Welche geometrischen Überlegungen dabei nötig waren und welche technischen Hürden genommen werden mussten, ist Gegenstand des Vortrags.*

11:45 [Klaus SCHEIBER, Graz](#)  
Organisatorischer Abschluss der Veranstaltung

12:00 **Mittagessen**

13:00 **Ende der Tagung**

## Fachbezogenes Rahmenprogramm

8. bis 10. November 2011

Poster  
präsentation

Aktuelle Themen des Fachbereiches

*Ort: BIFEB St. Wolfgang, Bürglhaus 1. Stock*