

Umstülpung: Geometrie in Bewegung

Alexander Heinz, Herdecke

Abstract

Räumliches Denken bildet sich an räumlichen Erfahrungen. Diese vollziehen sich in der Bewegung, also in zeitlichem Verlauf. Bei der Umstülpung zeigen sich mannigfaltige Metamorphosen der räumlichen Gebilde in einem zeitlichen Wandel. Anhand von beweglichen Modellen wird praktisch und in lebendiger Weise anschaulich, was geometrisch unter Umstülpung verstanden werden kann, und dies in unterschiedlicher Weise: an einfachen Gelenkketten (Kaleidozyklen); an Modellen, die ihr ganzes Volumen umstülpen; an zwangsläufigen Modellen, wie der umstülpbare Würfel von Paul Schatz, und an Modellen, die alle ihre geometrischen Elemente (Ecken, Kanten, Flächen, Volumen) gleichzeitig und kontinuierlich umstülpen. Eine Reihe von Handmodellen stand während der Tagung für individuelle Erfahrungen zur Verfügung. Hier sollen kurz die verschiedenen Bewegungsabläufe vorgestellt werden.

1. Räumliche Begriffe und Elemente der Umstülpung

Wir orientieren uns in alltäglichen Situationen an räumlichen Verhältnissen, die wir mit den Begriffen: oben, unten, links, rechts, vorne und hinten unterscheiden. Diese Begriffe sind im täglichen Gebrauch praktisch, denn sie sind fest und unveränderlich genug um uns Sicherheit in der Orientierung zu ermöglichen. Mit Hilfe dieser Raumesrichtungen erschließen sich praktischerweise auch räumliche Gebilde – z.B. Polyeder – und deren jeweilige Besonderheiten wie Form, Anzahl oder/und Größe der Ecken, Kanten, Flächen, Volumina. Bei Umstülpungsvorgängen unterliegen diese Begriffe einer gesetzmäßigen Veränderung, einer Metamorphose. Von Umstülpung kann man dann sprechen, wenn man das Innere eines - wie auch immer - geformten Körpers nach außen wendet.

Räumliche Verhältnisse erschließen sich durch einen zeitlichen Prozeß. Dies kann man leicht feststellen, wenn man versucht ein räumliches Gebilde zu erfassen und dabei das eigene Vorstellen und Denken beobachtet. Umgekehrt erschließt sich auch ein zeitlicher Verlauf erst durch den Raum. Für Umstülpgeometrie trifft dies in besonderer Weise zu.

2. Wenden eines Handschuhs

Ein anschauliches Beispiel bietet das Wenden eines Handschuhs. Während des Wendevorgangs wird der Handschuh durch seine Öffnung gewendet. Ein rechter Handschuh wendet sich auf links, sein Inneres kehrt sich nach außen, die anfangs nach außen gewölbten und nach unten hängenden Finger zeigen nun nach innen gekehrt aufwärts, und der Handschuh paßt nun nicht mehr rechts, sondern links. Und doch kann man den Handschuh in seiner umgestülpten Form als einen Handschuh erkennen. Aus diesem Beispiel kann man sehen, wie sich oben und unten, rechts und links, vorn und hinten, innen und außen in einem zeitlichen Prozeß in ihr jeweiliges Gegenteil verwandeln können.

Bei genauerer Überlegung kommen noch zwei weitere Aspekte hinzu: Durch das Vertauschen von innen und außen verändert sich das Verhältnis des Handschuhs zum jeweils umschlossenen Innenraum und zum umgebenden Umraum. Der anfangs räumlich begrenzte Innenraum mit Zentrum (Mitte) wird durch das Wenden zu einem unendlich großen umhüllenden Umraum und der anfänglich umgebende Umraum zu einem begrenzten Innenraum mit Zentrum. Somit ergeben sich an beiden Endpunkten des Wendevorgangs je ein Endlichkeits- und Unendlichkeitspol.

Über diese Endpunkte hinaus kann der Wendevorgang beim Handschuh nicht fortgesetzt werden. Insofern ist das Wenden des Handschuhs streng genommen nur ein Beispiel für das Umwenden, nicht aber für eine in zwei Richtungen zyklisch weiterlaufende Umstülpbewegung, wie sie sich an den im Weiteren erläuterten Modellen zeigt. Die Umstülpbewegung ist – sowohl beim Handschuh wie auch bei den umstülpbaren Modellen – entlang einer Raumesrichtung (Stülpachse) mit einem Zentrum zu denken. Die Stülpachse kann dabei senkrecht auf einer Ebene gedacht werden. Beim Handschuh ist das die Öffnung, durch die die ganze Bewegung sich vollzieht. Was beim Handschuh jedoch wegen seines elastischen Materials schwer zu beobachten ist und ein unansehnliches Kneuel bildet ist bei den Modellen, insbesondere beim Schatz'schen Würfel in exakter Weise anschaulich.

Feste Geometrische Körper, die durch entsprechende Gelenke beweglich werden, lassen den Bewegungsablauf einer Umstülpung genau und kontinuierlich beobachten. Während die festen geometrischen Körper als statische Gebilde schon seit langer Zeit bekannt sind, sind bewegliche Körper erst im vergangenen Jahrhundert gefunden worden. Zeigt sich bei den statischen Gebilden der regulären und halbbregulären Polyeder, ihrer Metamorphosen und Sternformen ein großer Formenreichtum [1, 2], so zeigen sich bei den beweglichen Modellen eine große Vielfalt der Bewegungsabläufe. Wolfgang Maas [3] unterscheidet dabei einige grundlegende Merkmale. Hier sollen einige wesentliche kurz erläutert werden.

3. Kaleidozyklen

Einfachste, in sich bewegliche geometrische Körper lassen sich in Form von Kaleidozyklen (von altgr.: kalós = schön, éidos = Figur, kýklos = Ring) finden. Das sind ringförmige Ketten aus tetraedrischen Gliedern, die durch Gelenke miteinander verbunden sind. Früheste Modelle ab 1958 sind Erfindungen der amerikanischen Graphikdesigners Wallace M. Walker. Einige wurden mit Illustrationen des niederländischen Graphikers Maurits Cornelis Escher versehen [4].

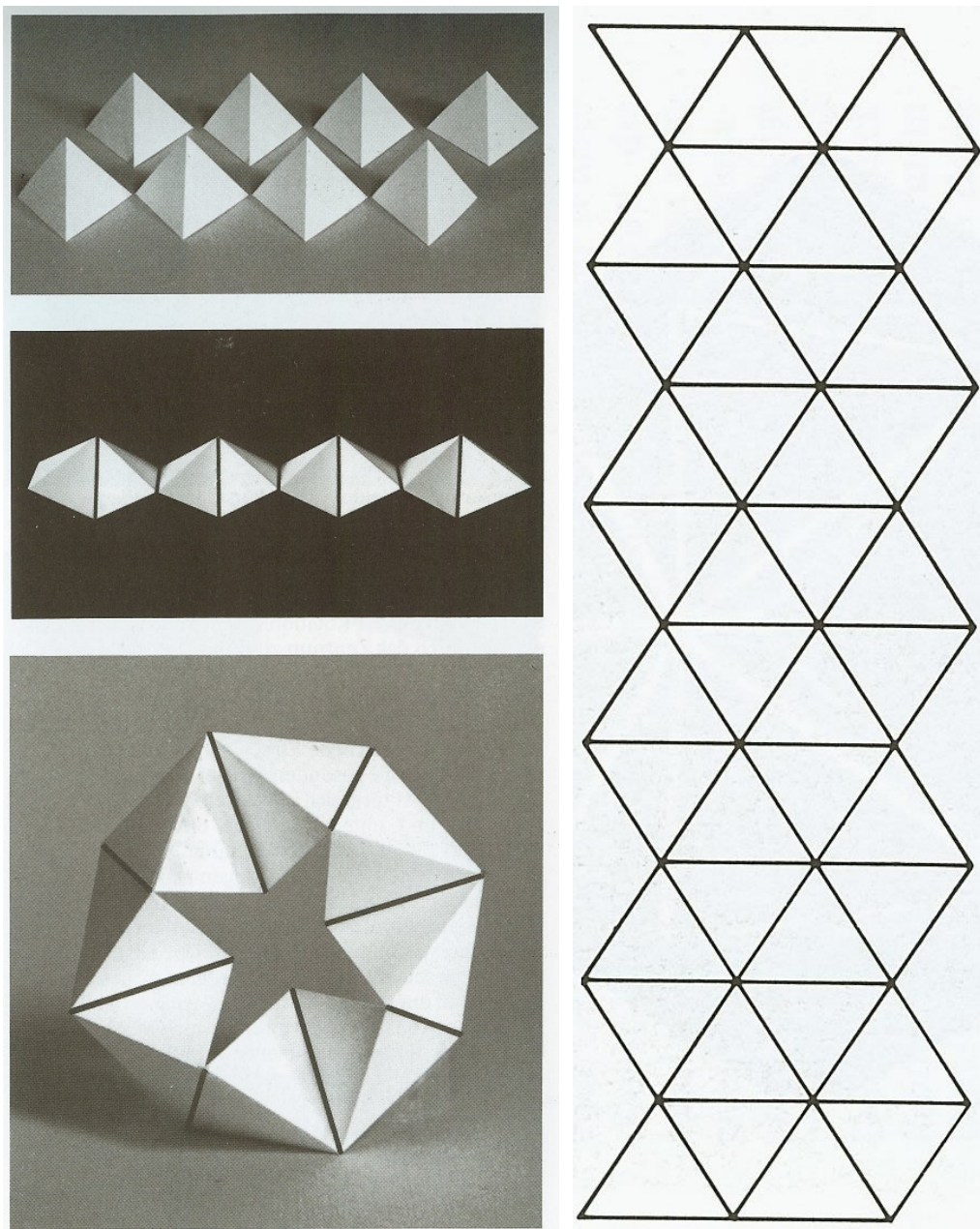


Abbildung 1-3 und 4: Kaleidozyklen: Tetraedrische Ketten und Netzaufwicklung [4, S.9,10]

4. Umstülpbarer Würfel von Paul Schatz

Raoul Bricard [5] beschrieb als erster die allgemeinen Bedingungen für die Beweglichkeit sechsgliedriger Gelenkketten mit Drehgelenken. Paul Schatz entdeckte davon unabhängig 1929 die Umstülpbarkeit des Würfels (ein Sonderfall der Bricardschen Erkenntnisse) [6]. Dies lieferte ihm wichtige geometrische Grundlagen für seine Intensionen: er strebte eine Synthese an aus Gestaltung und Technik zum ökologischen Nutzen für Mensch und Umwelt. Erste Ergebnisse dieser neuartigen technischen Umsetzungen und Anwendungen sind Oloid- und Turbula- (Inversina) Technik [6].

Paul Schatz gliederte den Würfel in zwei Steckriegel und einen sechsgliedrigen ringförmigen Stülpkörper, die jeweils ein Drittel des Würfelvolumens beinhalten. Auch ohne die in sich starren Steckriegel behält der Würfel an dem verbleibenden Stülpring – projektiv – seine Gestalt. Von den Steckriegeln befreit erhält der Stülpring seine Beweglichkeit, die eine zyklische und zwangläufige ist, denn er ist in seiner Bewegungsfreiheit eingeschränkt: er kann nur vor- und rückwärts bewegt werden.

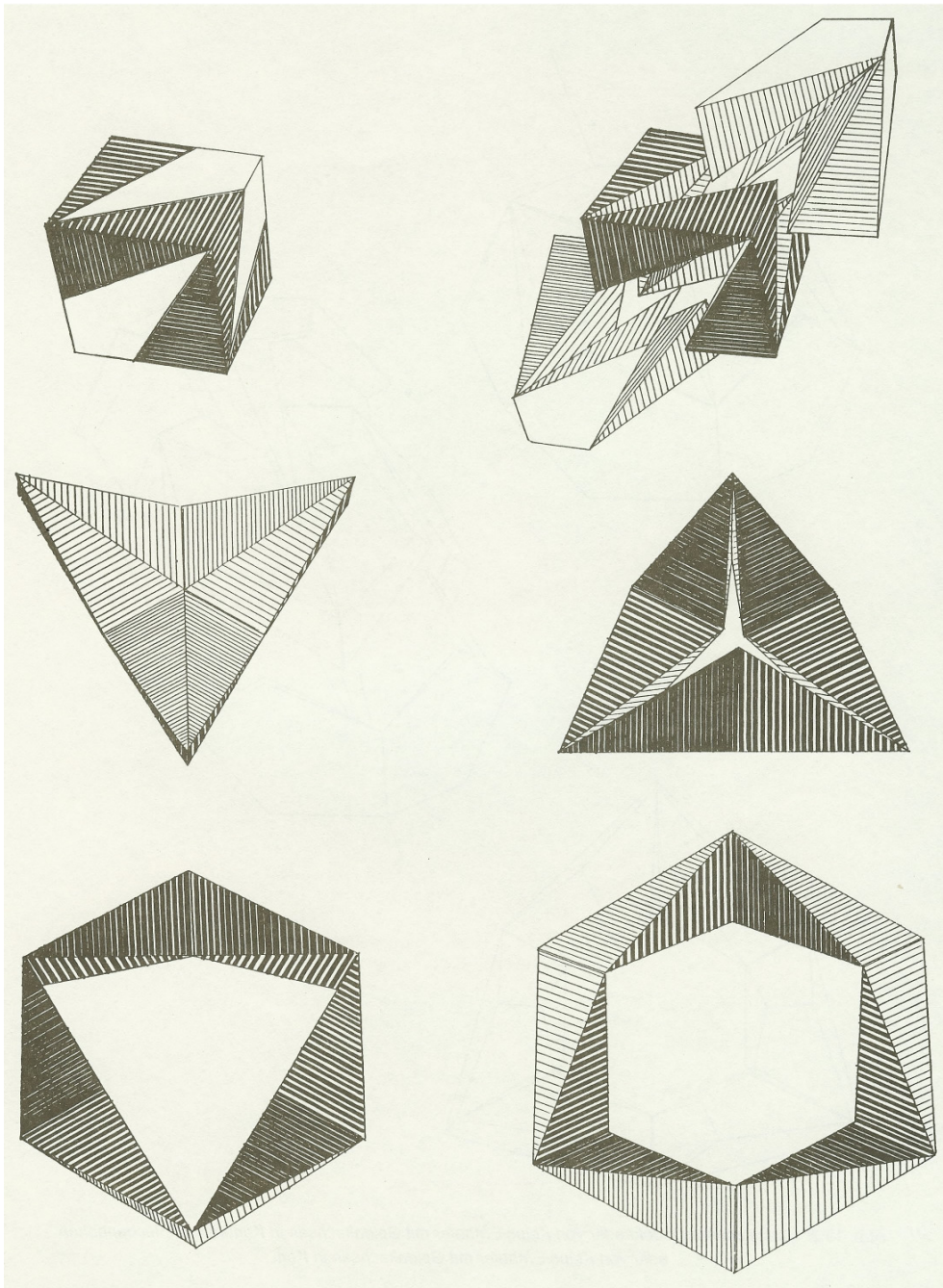


Abbildung 5 bis 10: Schatz'scher Würfel [6, hier: Neuauflage 2008, Seite 27]

Aus dem Bewegungsablauf des Rings und seiner Elemente im Raum lassen sich räumlich-zeitliche Formen finden, wie z.B. das Oloid. Diese Form nutzt die von Paul Schatz begründete Oloid-Technik als Wälz- und Belüftungsmaschinen in Gewässern, Aquarien und Kläranlagen in zugleich schonender und sehr effizienter Weise.

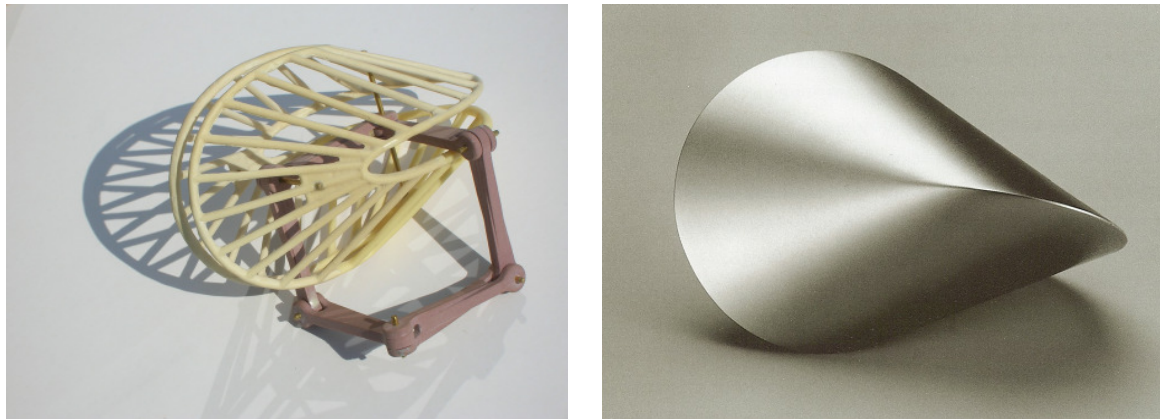


Abbildung 11: Sechsgliedriger Gelenkring und Oloid. Modell: Werner Budde, HfK Bremen; Foto des Autors, und 12: Oloid (geschlossen) [6, hier: Neuauflage von 2008, Seite 77]

5. Modelle mit Zwanglauf

Klaus Ernhofers untersuchte Bedingungen und Möglichkeiten zwangläufiger Umstülpungen auch aus anderen regulären Polyedern zu finden, um damit weitere Grundlagen für neuartige technische Entwicklungen nach der Arbeitsweise von Oloid und Turbula zu schaffen [7]. Eine Motivation dieser Arbeit war, mit der geringstmöglichen Bewegungsfreiheit des Zwanglaufes die bestmögliche technische Handhabbarkeit zu erreichen. Ernhofers fand noch elf weitere von einander verschiedene sechsgliedrige Gelenkketten aus den regulären Polyedern, die als Bausätze erhältlich sind. Mit Hilfe einer, von Ernhofers und Martin Löschner entwickelten Umstülpungssoftware „INVERSIS“ lassen sich die genannten Gelenkketten, ihre Bewegungen im Raum und die von ihnen erzeugten Raum-Zeitformen, wie z.B. das Oloid am Bildschirm darstellen. Auf Grundlage einer zwangläufigen Dodekaeder-Umstülpung entwickelte Ernhofers den Prototyp einer Mischmaschine, die er Pulsina nennt. Bei der praktischen Erprobung dieser neuartigen Technik machen sich aller kleinste Ungenauigkeiten in der technischen Ausführung außerordentlich störend bemerkbar.

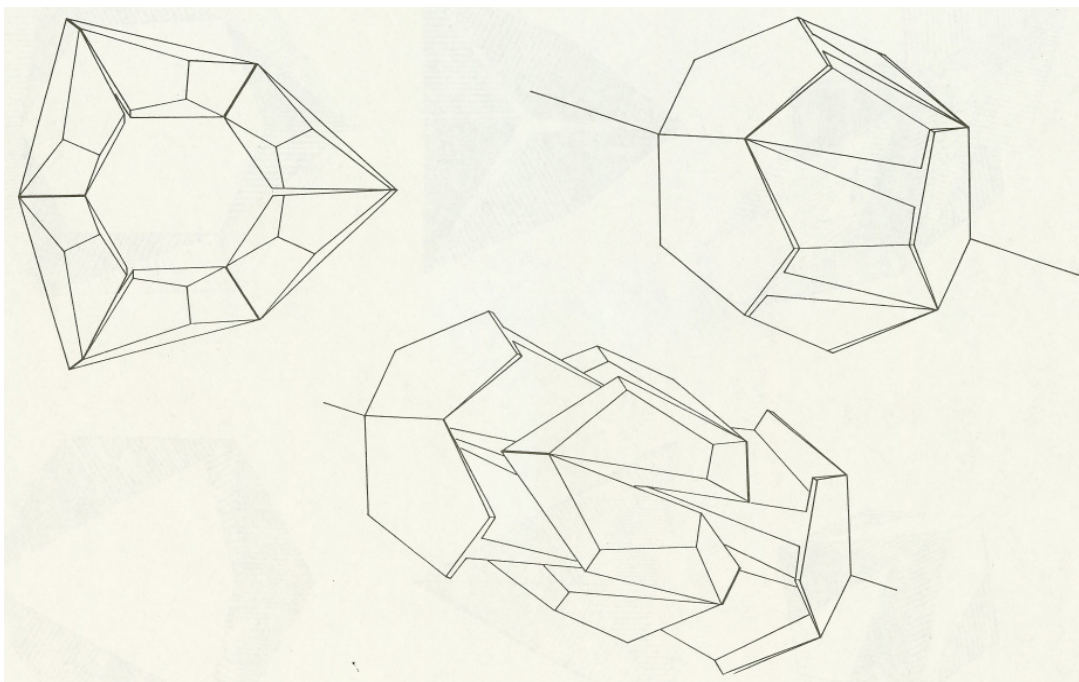


Abbildung 13-15 zwangläufig umstülpbare Dodekaeder-Gelenkkette von Klaus Ernhofers [2, S.124]

6. Ganzheitliche Umstülpung

Eine weitere Gruppe von Modellen läßt sich im physischen Sinn ganzheitlich umstülpfen; d.h.: das Modell – z.B. ein Würfel – ist lückenlos so gegliedert, und seine Glieder so miteinander verbunden, daß er sich als eine Kette umstülpfen läßt (oder mehrere Ketten zusammen oder auch getrennt voneinander). Steckriegel entfallen dabei. Bei diesen Modellen lassen sich grundsätzlich zwei voneinander verschiedene Bewegungen unterscheiden: das fortlaufend „strömende“ Bewegen und das schrittweise „Klappen“. Als bekanntestes Modell kann der klappbare Würfel von Peter-Michael Pfeiffer gelten, welches er sich 1964 patentieren ließ. Weitere Modelle wurden in den 1970er Jahren durch Naoki Yoshimoto bekannt und werden inzwischen als „CubusX“ von Hartmut Endlich (fortlaufend strömend) und „StarCube“ von Robert Byrnes (doppelt klappend) verbreitet [10]. Robert Byrnes fand heraus, daß es möglich ist ein Modell so zu konstruieren, daß sich beide Bewegungen nacheinander an einem Modell vorführen lassen. Auch die Arbeiten von Fred Voss, sowie „Cube One“, „Cube Two“ und „Tetra One“ von Dieter Junker gehören in diese Reihe.

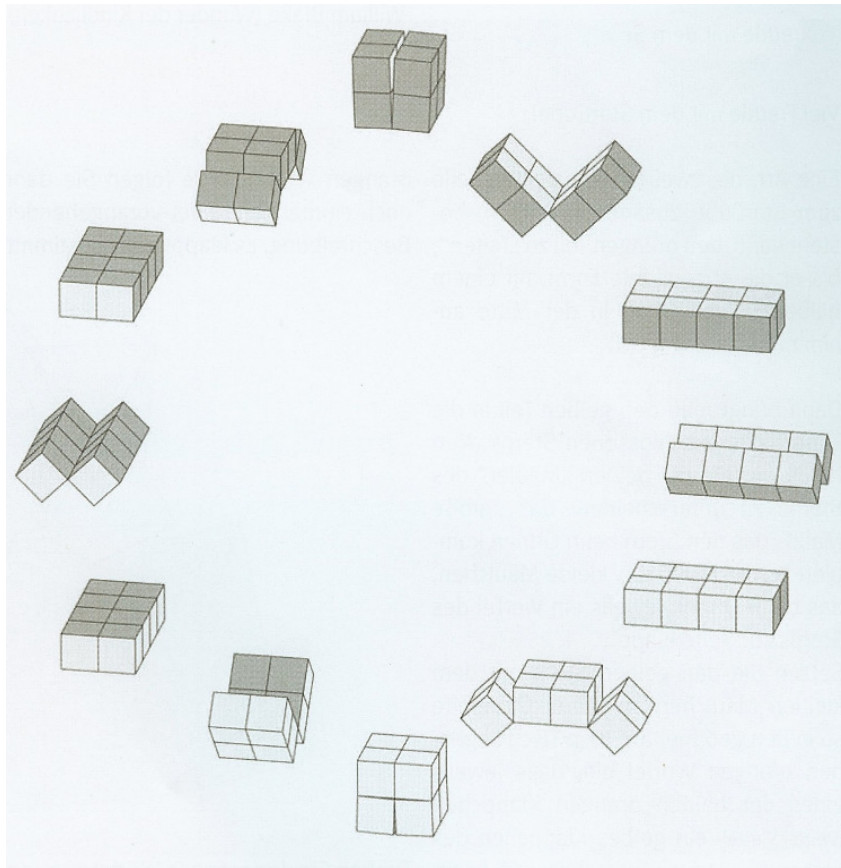


Abbildung 16: Umklappbarer Stülpwürfel von Peter-Michael Pfeiffer [8]

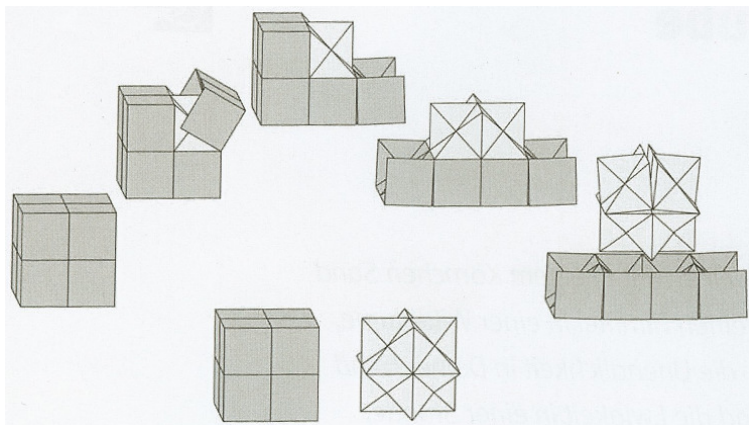


Abbildung 17: Auf der Basis von Pfeiffer weiterentwickelter Sternwürfel (Yoshimoto Cube, Star Cube)[8]

7. Platonisch umstülpbare Modelle

Durch die Beschäftigung mit dem Schatz'schen Würfel angeregt, entwickelten Immo, Friedemann und Franz Sykora Modelle, die „platonisch“ (im Sinne von umfassend) umstülpen, und zwar alle Ecken, Kanten, Flächen und das Volumen eines jeweiligen Polyeders. Wolfgang Maas, Konrad Schneider und Robert Byrnes beteiligten sich an diesen Entwicklungen mit eigenen Modellen [2; 9]. Die meisten genügen sogar noch weiter reichenden Bedingungen z.B. einer kontinuierlichen Stülpbewegung, einen zyklischen Bewegungsablauf und das zeitweilige Einebnen der Seitenflächen in der Stülpenebene.

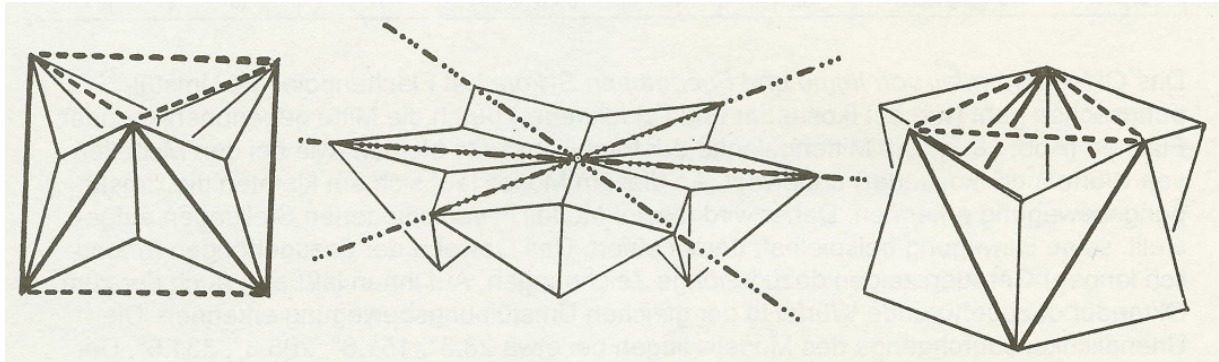


Abbildung 18: Umstülpbares Oktaeder von Immo und Friedemann Sykora [2, S.112]

8. Zusammenfassung

Die vorgestellten Stülpmodelle machen räumlich-zeitliche Prozesse sichtbar und sind in besonderer Weise geeignet ein bewegliches räumliches Vorstellen und Denken auszubilden. Dieses hat zu neuartigen technischen Umsetzungen und Anwendungen geführt, deren Potential wohl erst in kleinem Umfang erkannt ist und zukünftig noch viel Entwicklungsmöglichkeiten in sich birgt. Zugrunde liegt dieser Technik eine rhythmische Arbeitsweise. Insbesondere lassen sich durch die Erfahrungen mit dem Oloid, bzw. Turbula/Inversina qualitativ hochwertige und schonende Arbeitsprozesse erwarten wie auch eine enorm verbesserte Effizienz gegenüber vergleichbaren, rein rotativ arbeitenden Maschinen. Nicht zuletzt sind die Modelle in ihrer oft überraschenden Bewegungsweise ein Quell der Begeisterung für die Geometrie.

Literatur:

- [1] Adam, Paul und Arnold Wyss: Platonische und Archimedische Körper, ihre Sternformen und polaren Gebilde. Bern, Stuttgart 1994
- [2] Ziegler, Rénatus: et. al.: Platonische Körper: Verwandtschaften, Metamorphosen, Umstülpungen. Dornach (CH) 1998. 3. Auflage: 2008
- [3] Maas, Wolfgang: Geometrische Entwicklungen nach dem Vorbild des Würfelmodells von Paul Schatz. In: Schatz, Paul: Die Welt ist umstülpbar. Sulgen, Zürich 2008, Seite 103 – 109.
- [4] Schattschneider, Doris und Wallace M. Walker: M.C. Escher Kaleidozyklen, Köln 1992
- [5] Bricard, Raoul: Leçons de Cinématique. Paris 1927
- [6] Schatz, Paul: Rhythmusforschung und Technik, ORRRT? 1975. Neuauflage: Die Welt ist umstülpbar. Sulgen, Zürich 2008
- [7] Ernhofer, Klaus und Wolfgang Maas: Umstülpbare Modelle der Platonischen Körper. Dornach (CH), 2000
- [8] Byrnes, Robert: Inversis StarCube (Bausatz mit Anleitung). Ohne Ortsangabe 2005, vertrieben über Kluturata, Wuppertal
- [9] Maas, Wolfgang und Immo Sykora: Umstülpmodelle der Platonischen Körper. Berlin 1993
- [10] Byrnes, Robert: Umstülp-Bewegungen: Klappen und Strömen. Erscheint in Kürze (ca. 2009) bei Kluturata in Wuppertal.

Anschrift des Autors und Bezugsquelle aller genannten Modelle und Bausätze

Alexander Heinz
Bergweg 50
58313 Herdecke

mail@BUCHSEITS.com