

# Endbericht zum Projekt

## Geometrieinhalte in Virtual- und Augmented Reality mit Construct3D

Institut für Softwaretechnik und Interaktive Systeme, Technische Universität Wien

Favoritenstrasse 9-11/188, A-1040 Wien  
Hannes Kaufmann, Marion Papp  
kaufmann@ims.tuwien.ac.at

### Einleitung

Ziel des Projekts war die Erstellung von 10 Lernobjekten speziell für Construct3D. Es wurden praxisrelevante Beispiele ausgearbeitet, die konstruktivistisches Lernen ermöglichen und in Zusammenhang mit Construct3D curriculare Lerninhalte vermitteln, die mit herkömmlichen Mitteln schwierig oder gar nicht in dieser Form Schülerinnen und Schüler vermittelt werden könnten:

- Construct3D ist ein dynamisches 3D-Programm – d.h. es erlaubt die dynamische Veränderung der Grundpunkte und somit die sofortige Neuberechnung und Neuzeichnung der auf diesen Punkten aufbauenden Objekte in Echtzeit.
- Construct3D bietet den Schülerinnen und Schülern dank spezieller Datenbrillen (HMDs) die Möglichkeit sich um die virtuellen Objekte herumzubewegen, wodurch ganz andere Einblicke als bei herkömmliche CAD- Programme oder Grundriss- Aufriss- Konstruktionen eröffnet werden.
- Construct3D ist (momentan) auf zwei Benutzer ausgerichtet, die "miteinander" arbeiten- das bietet den Schülerinnen und Schülern nicht nur Gelegenheit zum Diskutieren und Experimentieren, sondern bringt sie dabei – meist unbewusst - auch noch dazu, zu lernen, geometrische Sachverhalte korrekt zu formulieren. Construct3D fördert also nicht nur die Sozialkompetenz, sondern leistet auch einen wertvollen Beitrag zum Bildungsbereich "Sprache und Kommunikation".

Alle vorgestellten Beispiele können in Construct3D dynamisch verändert werden. Diese zusätzliche dynamische Qualität der Beispiele geht bei der online Präsentation trotz Darstellung mittels VRML (3D), oder auch in den mitgelieferten PDF Dokumenten, in denen die 3D Szenen eingebunden sind, verloren. Es wurde bei der vorliegenden Aufbereitung der Beispiele versucht, verschiedene Varianten der geometrischen Inhalte zu zeigen, die bei der dynamischen Konstruktion einfach herzustellen sind. Den Blickwinkel kann der Betrachter frei wählen, sowohl in VRML als auch in den 3D Szenen, die in PDFs eingebunden sind.

Das Ergebnis des Projekts ist online abzurufen unter  
[http://www.ims.tuwien.ac.at/research/c3d\\_content/](http://www.ims.tuwien.ac.at/research/c3d_content/)

Eine Übersicht aller Lernobjekte finden Sie im Menü links unter "Beispiele". Technische Informationen zur Betrachtung von VRML Dateien (und Installation eines VRML Plugins), sowie zum Betrachten der 3D Szenen in PDFs sind im Menüpunkt "Downloads" zu finden.

## Construct3D

Construct3D ist eine Anwendung zur Konstruktion dreidimensionaler Geometrie basierend auf dem Augmented Reality (AR) System „Studierstube“. In Augmented Reality wird die reale Welt mit virtuellen Objekten überlagert und ergänzt. Der Vorteil beim Einsatz von AR als Lernmedium liegt darin, dass Schüler dreidimensionale Objekte auch dreidimensional sehen und wahrnehmen können. Construct3D ermöglicht die dynamische Konstruktion sowie das gemeinsame Konstruieren mit dem Lehrer oder mit anderen Lernenden und unterstützt dadurch neue Lernmethoden. Durch die direkte Arbeit mit nahezu greifbaren virtuellen Objekten im dreidimensionalen Raum können räumliche Probleme und Beziehungen der Objekte zueinander schneller erfasst werden. Bisherige Versuche lassen darauf schließen, dass unter Verwendung von Construct3D das Raumvorstellungsvermögen verbessert werden kann.



Abbildung 1: Links: Zwei Schüler arbeiten mit Construct3D (Beweis von Dandelin).  
Rechts: Begeisterter Einsatz zweier Schülerinnen in Construct3D

### Construct3D - Funktionsbeschreibung

Neben der Konstruktion der Grundobjekte Punkt, Linie, Ebene, Quader, Kugel, Kegel und Zylinder stehen auch einige einfache Konstruktionen zur Auswahl: Konstruktion von Normalebene, Ebenennormale, Symmetrieebene zweier Punkte, sowie das Schneiden einer Geraden mit allen Grundobjekten. Damit lassen sich einfache Dinge wie z.B. Aufgaben aus der Vektoralgebra realisieren. Auch Boole'sche Operationen und komplexere Transformationen sind integriert.

Zusätzliche Funktionen von Construct3D sind das Messen der Distanz zweier Punkte, Systemfunktionen wie das Löschen von Objekten, Laden und Speichern von Konstruktionen und ein Raster zur zentimetergenauen Konstruktion. Die Transparenz jedes Objekts kann individuell eingestellt werden um das Innere von Objekten oder Durchdringungen besser sehen zu können.

### Lehrplanbezug

Hier ein Auszug, der für das Projekt relevanten Teile des neuen Lehrplans für Darstellende Geometrie (Lehrplan Oberstufe neu, gilt ab 2006/07 für die 11. Schulstufe AHS):

- A. Die Schülerinnen und Schüler sollen grundlegende Eigenschaften von Kurven erfassen
  - 1. Arbeiten mit Parameterdarstellungen von Kurven (zB Kreis, Ellipse, Schraublinie)
  - 2. Erarbeiten des Tangentenbegriffes
  - 3. Erzeugen von Freiformkurven (zB Bézierkurven) und Kennenlernen von deren Eigenschaften
- B. Die Schülerinnen und Schüler sollen das Bearbeiten von Flächen mit Hilfe geeigneter Methoden erlernen
  - 1. Unterscheiden von Flächen- und Volumsmodellen (Solids)
  - 2. Erfassen der Begriffe Tangentialebene, Flächennormale und Umriss
  - 3. punkt- und tangentialweises Ermitteln der Schnittkurven von Flächen
- C. Die Schülerinnen und Schüler sollen mit 3D-CAD-Software fortgeschritten modellieren und konstruieren können
  - 1. Generieren von Flächen- und Volumsmodellen durch Rotation und Extrusion (zB Drehflächen, allgemeine Pyramiden-, Prismen-, Zylinder- und Kegelflächen sowie die zugehörigen Solids)
  - 2. Analysieren und Erzeugen von Schieb- und Regelflächen anhand ausgewählter Beispiele
  - 3. Kennenlernen der Grundbegriffe und Eigenschaften von Freiformflächen
  - 4. Lösen raumgeometrischer Problemstellungen anhand von Beispielen aus Technik, Architektur, Design, Kunst usw.

In den vorliegenden 10 Lernobjekten wurde ein Hauptaugenmerk darauf gelegt, geometrische Probleme und Fragestellungen zu behandeln, die für die Schülerinnen und Schüler *realistisch* und *bekannt* sind, und deren Verwendung zusätzlich noch die speziellen Vorteile des Arbeitens mit Construct3D heraushebt. Einige der Resultate, die gesammelt und ausführlich auf oben genannter Webseite zu finden sind, werden in diesem Endbericht nochmals kurz umrissen.

Alle Lernobjekte wurden mit Bildern, VRML (3D) Szenen, Weblinks und weiterführenden Informationen angereichert.

## Lernobjekte

Eine Komplettübersicht aller 10 Lernobjekte ist online zu finden auf [http://www.ims.tuwien.ac.at/research/c3d\\_content/bsp.html](http://www.ims.tuwien.ac.at/research/c3d_content/bsp.html)

### Hyperboloidmischer

#### **Lehrplanbezug**

Siehe Lehrplan Abschnitt C 2, C 4.

#### **Angabe**

Ein in der Umwelt- und Verfahrenstechnik (Abwassertechnik) in den letzten Jahren, wegen seiner Energieersparnis und seines günstigen Wirkungsgrades immer wichtiger gewordenes Produkt, ist der Hyperboloidmischer (siehe Abbildung 2).

Erzeugt wird so ein Hyperboloid, indem eine Gerade um eine dazu windschiefe Achse rotiert. Konstruiere einen Hyperboloidmischer.

#### **Beschreibung**

Durch die Konstruktion aus zwei windschiefen Geraden wird greifbar gemacht, dass auf der Oberfläche des Hyperboloids eine Schar von Geraden (= Erzeugenden) liegt. Mit Construct3D können Schüler nun durch suchen und probieren herausfinden, ob eine zweite Schar von Geraden auf der Oberfläche des Hyperboloids existiert. Des weiteren

kann der Übergang des Hyperboloids in Seine Grenzlagen den Drehkegel durch dynamische Verändern veranschaulicht werden.

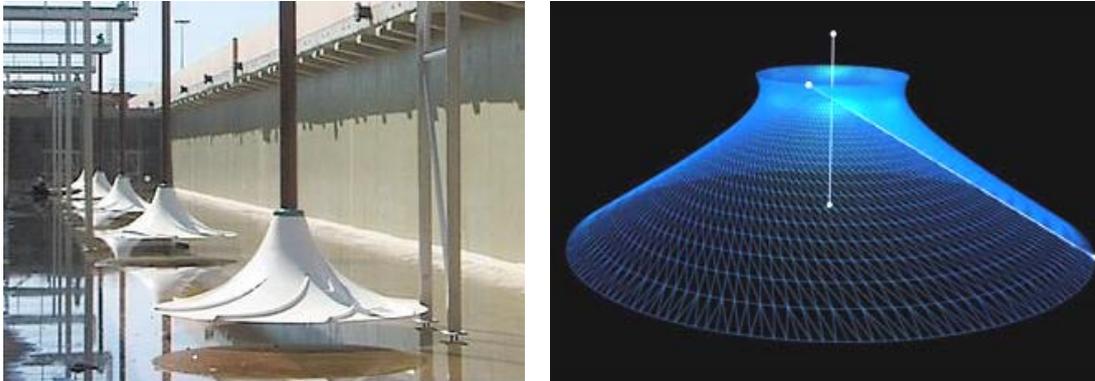


Abbildung 2: Ein Hyperboloid in der Abwassertechnik zum Rühren, Mischen und Begasen  
<http://www.ivaa.de/produkte/hyperboloid-ruehr-und-belueftungssystem.123.551.html>

## Flugroute

### **Lehrplanbezug**

Siehe Lehrplan Abschnitt A1, A2, B 2, B3, C 4.

### **Angabe**

Gegeben ist ein Modell der Erde. Konstruiere die kürzeste Flugroute von Wien nach Sydney.

Es stellt sich die Frage, was "kürzeste Flugroute" bedeutet: Die kürzeste Verbindung zweier Punkte auf der Kugel ist ein Großkreis - also ein Kreis, dessen Trägerebene den Kugelmittelpunkt enthält.

Wo und unter welchem Winkel kreuzt die Flugroute den Äquator?

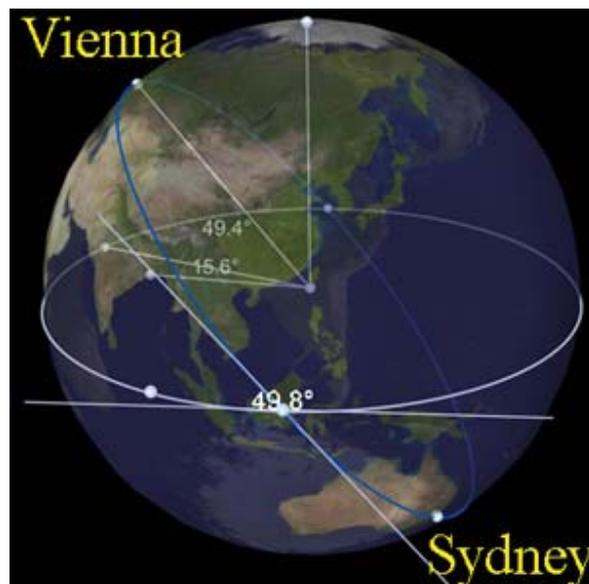


Abbildung 3: Die Flugroute von Wien nach Sydney

## Licht und Schatten

### **Lehrplanbezug**

Siehe Lehrplan Abschnitt B 2, C 4.

### **Angabe**

In Construct3D sind die Sonne und ihre Bahn gegeben, außerdem der räumliche Lichtstrahl  $l^s$  und sein Grundriss  $l'$  in der Ebene. In der Ebene findest du das Objekt für das du den Schatten konstruieren sollst: Ein allgemeines dreiseitiges Prisma (siehe Abbildung 4).

Als erstes bewege in Construct3D die Sonne, und beobachte, wie sich der Lichtstrahl und sein Grundriss dabei verändern. Danach zeichne durch die Eckpunkte der Deckfläche des Prismas Parallele zum Lichtstrahl  $l^s$ .

Diese Geraden musst du nun mit der Ebene schneiden. Du erhältst die Schatten der Eckpunkte des Prismas.

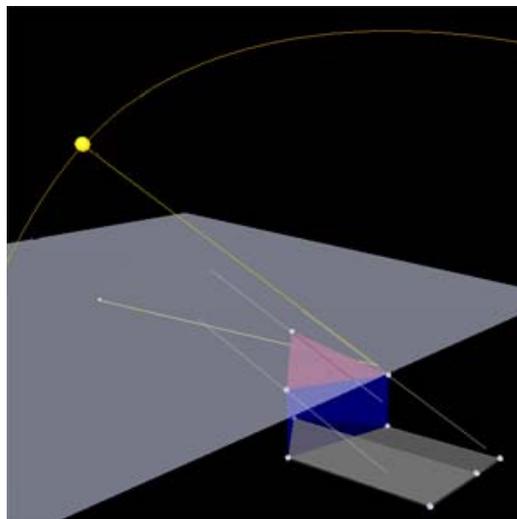


Abbildung 4: Der Schatten eines Prismas

## Umlenkrolle

### **Lehrplanbezug**

Siehe Lehrplan Abschnitt A 2, B 2, C 4.

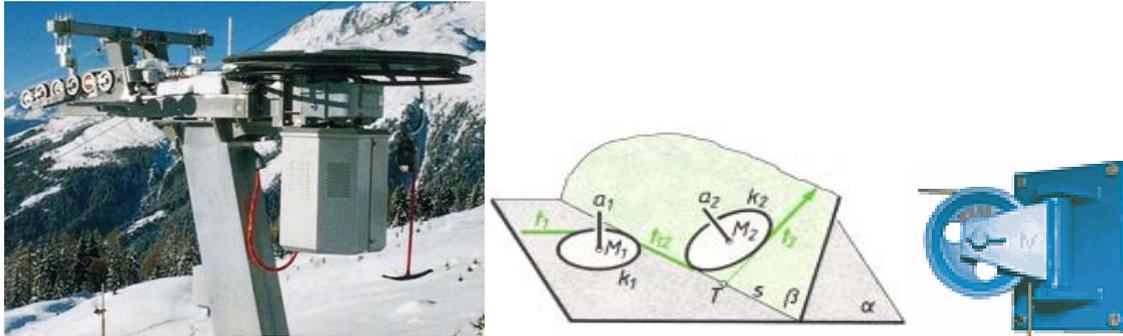
### **Angabe**

Zwei Rollen sollen das Stahlseil eines Schlepplifts von der Lage  $t_1$  in die Lage  $t_2$  umlenken. Gegeben sind der Mittelpunkt  $M_1$  der 1. Umlenkrolle, sowie die Ausgangslage  $t_1$  und die Endlage  $t_2$ . Beide Rollen sollen ungefähr gleich groß sein (siehe Figur 5, Mitte).

Konstruiere den Riementrieb und führe ihn aus.

### **Beschreibung**

Zu sehen ist die Ausstiegstelle eines Schlepplifts (Figur 5, Links). Die große, waagrechte Umlenkrolle führt das Liftseil nach dem Ausstieg waagrecht weg, die 6 kleinen senkrecht hintereinander angeordneten Rollen bewirken, dass das Seil ins Tal hinunter führt, und eben nicht waagrecht von der großen Rolle weg. Das Fehlen der kleinen Rollen hätte unweigerlich zur Folge, dass das Liftseil aus der Führung der großen Umlenkrolle herausspringen würde.



Figur 5: Links: Schlepplift Matten, Bellwald, Schweiz, <http://www.doppelmayr.com>.  
Mitte: Beispielskizze. Rechts: Eine handelsübliche Umlenkrolle.

## Sonnensegel (Hyperbolisches Paraboloid)

### Lehrplanbezug

Siehe Lehrplan Abschnitt C 2, C 4.

### Angabe

Wenn man sich dieses handelsübliche Sonnensegel (Figur 6, Links) genauer anschaut, stellt sich die Frage, um was für eine geometrische Fläche es sich hierbei handelt.

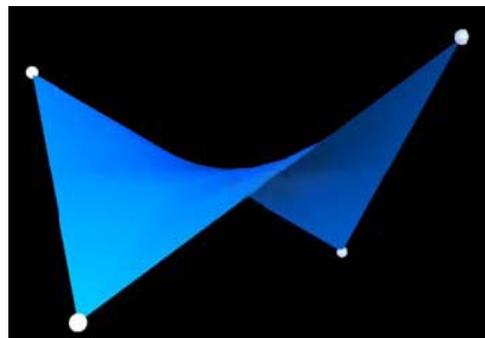
Erzeuge ein Hyperbolisches Paraboloid (HP-Fläche) mit Construct3D als Bezier Fläche.

Suche Geraden auf der HP-Fläche: Verbinde dazu die Halbierungspunkte gegenüberliegender Seiten.

Die HP-Fläche hat ihren Namen, weil sowohl Hyperbeln als auch Parabeln auf der Fläche zu finden sind. Konstruiere eine Ebene und deren Schnitt mit der HP-Fläche, und Verändere die Ebene so lange, bis du beide Kurven auf ihr gefunden hast.

### Beschreibung

Das Hyperbolische Paraboloid ist eine Fläche, die den meisten Schülern Rätsel aufgibt, und soll deswegen hier genauer behandelt werden. Die HP-Fläche zählt nämlich zu den Regelflächen, das heißt, dass zwei Scharen von Erzeugenden auf der Fläche zu finden sind. Gleichzeitig kann die Fläche auch als Schiebfläche konstruiert werden, indem man eine Hyperbel längs einer Parabel verschiebt (oder umgekehrt).



Figur 5: Links: Ein Hyperbolisches Paraboloid als Sonnensegel.  
<http://www.cenotec.de/ind07erd.htm>  
Rechts: Eine HP-Fläche konstruiert in Construct3D.

## Metadaten

Am Ende jedes PDF Dokuments sind die Metadaten des Lernobjekts, basierend auf der österreichischen Metadatenpezifikation für elektronische Lehr/Lern-ressourcen, zu finden. Ein Beispiel - für das Objekt „Sonnensegel“ - ist auf der letzten Seite dieses Endberichts zu finden.

## Schlussworte

Zum Schluss möchten wir nochmals auf die Projektergebnisse – 10 didaktisch aufbereitete Lernobjekte – hinweisen, die vollständig und umfangreich nur im Internet zu finden sind unter

[http://www.ims.tuwien.ac.at/research/c3d\\_content/](http://www.ims.tuwien.ac.at/research/c3d_content/)

Dieser Endbericht bietet keine vollständige Übersicht, sondern kann nur einen ersten Einblick geben.

Die Entwicklung der Lernobjekte hat zum ersten Mal die vielfältigen Einsatzmöglichkeiten von Construct3D in der Geometrieausbildung aufgezeigt. Die vorgestellten Objekte decken ein breites Spektrum des Geometrieunterrichts ab und sind deshalb sehr vielseitig einsetzbar.

In einem weiteren, zukünftigen Schritt wird die vollständige Integration von Construct3D in den Unterricht angedacht. Wir entwickeln zur Zeit ein billigeres VR System, das auch für Schulen leistbar sein wird. Dadurch könnten die dynamischen, interaktiven Möglichkeiten der 3D Geometrie sowie bessere Hilfen zur Raumvorstellung auch den Schülern der Zukunft - in Mathematik und Darstellender Geometrie - zu Gute kommen.

# Sonnensegel

## Metadatenbeschreibung

laut der Österreichischen Metadatenspezifikation für elektronische Lehr /Lernressourcen, basierend auf Dublin Core und IEEE LOM, erweitert für das österreichische Bildungsportal, Version 1.32, Stand: 2004-01-12, nachzulesen auf

[http://elearning.bildung.at/statisch/bmbwk/de/elearning/metadatenmodellversion1\\_3\\_2.pdf](http://elearning.bildung.at/statisch/bmbwk/de/elearning/metadatenmodellversion1_3_2.pdf)

<b>Allgemeine Metadaten</b>	
Identifizier	AT.X9
Titel	Sonnensegel
Titelsprache	Deutsch
Sprache der Lernresource	Deutsch
<b>Lebenszyklus und Autorenbezogene Metadaten</b>	
Autor	Marion Papp
Anbieter	Technische Universität Wien
Publikationsdatum	30.6.2006
<b>Katalogzuordnung</b>	
Gegenstand (Thema )	8.1- Darst. Geometrie Lösen raumgeometrischer Problemstellungen anhand von Beispielen aus Technik, Architektur, Design, Kunst usw.
<b>Einordnung in den Lehrplan</b>	
Bildungsebene	Sekundarstufe II
Schulform	1100- AHS Oberstufe, 4100- HTL
Ausbildungsstufe	12 (AHS); 9/10 (HTL)
<b>Technische Metadaten</b>	
Medienformat	html, pdf, vrmI
Speicheradresse	
<b>Didaktik</b>	
Lernresourcetyp	Lernmodul