R. Müller, Sir-Karl-Popper-Schule Wien

Geometrie mit dem TI-92

Geometrie als Wissenschaft ist wie jede Wissenschaft nicht nur eine spezifische Methode zur Behandlung spezifischer Probleme, sondern besitzt auch spezifische Instrumente – und ist damit letztendlich (auch) vom technologischen Fortschritt abhängig. Denken Sie etwa an das 4-Farben-Problem der Mathematik, welches erst mit Einsatz des Instrumentes „Computer“ gelöst werden konnte. Die Frage, was Geometrie ist und wie und zu welchem Zweck Geometrie betrieben werden kann, soll und darf, stellt(e) sich daher mit der Verfügbarkeit neuer Instrumente immer wieder von neuem – und wurde und wird daher zu verschiedenen Zeiten verschieden beantwortet (werden müssen).

Denken Sie an die klassisch-griechische Auffassung von Geometrie als wichtig(st)en Teil der Mathematik, während heute Geometrie (vom angelsächsischen Raum ausgehend) als eher unwichtiger Teil der Mathematik ge- und behandelt wird.

Denken Sie im Gegensatz dazu an die so ungemein fruchtbare eigenständige Wissenschaftsgeschichte von Geometrie im deutschsprachigen Raum der letzten 150 Jahre unter dem (viel zu engen) Titel „Darstellende Geometrie“.

Denn ist Geometrie nicht noch mehr? – etwa auch

- eine Zusammenschau von Methoden der Landvermessung (Sphärische Geometrie) und Zeitmessung (Astronomie)?
- eine Form der Abstraktion realer Objekte und ihrer Beziehungen zueinander (nicht nur im Sinn der klassisch-griechischen Sichtweise, sondern höchst aktuell mit Bezug zur computergestützten 2D- und 3D-Bildverarbeitung sowie zur Virtual Reality)?
- die Invariantentheorie gewisser (weit über die Anschaulichkeit der „Darstellenden Geometrie“ hinausgehender) Abbildungsgruppen?
- eine angeborene Datenverarbeitungsmethode des „ratiomorphen Apparates“, deren Leistungsfähigkeit und kultur(un)abhängige Schulungsfähigkeit als Intelligenzfaktor messbar ist (bzw. gemacht wird)?
- etwas zur Muße, etwas wie „Klimmzüge“ für „geistige Wellness“?

Wahrscheinlich ist Geometrie all das und Unterricht in Geometrie sollte ein bisschen von all dem widerspiegeln – und zwar unter Einsatz aller im Unterricht verfügbaren Hilfsmittel. Neben den selbstverständlichen klassischen Zeichengeräten und Modellen sowie dem Computer zählt neuerdings auch der TI-92 in vielen Klassen schon zur Standardausrüstung, Anlass genug, um seine Einsatzmöglichkeiten im und für den „Geometrieunterricht“ zu untersuchen.

Um (m)ein Resümee vorwegzunehmen: Der Bildschirm ist wirklich nicht das, was man (heute!) vom PC (verwöhnt) gewöhnt ist. Gleiches gilt für Rechengeschwindigkeit, Speicherkapazität und Handhabung. Dem stehen aber auch mehrere Pluspunkte gegenüber: Die Verfügbarkeit des Gerätes an jedem Ort (auch außerhalb des Computersaals) zu jeder Zeit (ohne langwieriges Hochfahren), die sinnvolle Integration von *ausreichender* Rechenleistung (numerisch und algebraisch) mit *ausreichender* Grafikfähigkeit (Module für die parametrische, kartesische, polare, implizite und 3D Darstellung von Funktionsgraphen), die einfache und doch *ausreichend mächtige* Programmierfähigkeit (Programme, Funktionen und Skripts) sowie die Möglichkeit zusätzliche Applikationen (für Geometrie derzeit CABRI und GeometersSketchPad) zu laden. Da diese Applikationen (ebenso wie das hinter den Geometriemoduln und dem CAS-System stehende Programm DERIVE) am PC verfügbar sind, stellt der TI-92 keine „Sackgasse“ dar, sondern sozusagen den quirligen „Außenmitarbeiter“, dessen Arbeitsergebnisse nötigenfalls (via Link-Kabel) an den PC übergeben und dort (schneller und mit höherer Auflösung) weiterbearbeitet oder dokumentiert werden können. Da man im Unterricht meist weniger an den Ergebnissen und deren „Hochglanz“-Darstellung interessiert ist als an den zugehörigen Überlegungen, reicht der TI-92 als Medium meist aus, ja ist dem PC gelegentlich sogar vorzuziehen.

Ich möchte diese Behauptung mit einem „bunten Strauß“ von Aufgaben untermauern, wie man sie zunehmend in der didaktischen Literatur findet. Ich möchte zeigen, was man so alles am TI-92 an „Geometrie“ betreiben kann (oder könnte). In einem halbstündigen Vortrag muss man sich leider aus Zeitmangel auf das bloße Anreißen einiger weniger typischer und zentraler Anwendungen beschränken und hoffen, dass (auch) Themen wie geometrische Spiele („Tetris“ und Konsorten), Bezierkurven und Splines, Lichtbrechung und Reflexion (Raytracing), kinematische Erzeugung interessanter *Klassen* spezieller Kurve, Taxigeometrie und Fraktale usw. in Zukunft tiefergehend behandelt und vorgetragen werden.

Kurz eingegangen wird

- auf einfache Animationen (TIDemo, Gehmaxl),
- auf die Darstellung von Polyedern im Auf-, Grund- und Standardschrägriss aus ihrem Punkt-Kanten-Modell (mangels eines eingebauten Tools wird ein bewusst simples (für jeden 15 Jährigen verständliches) selbst geschriebenes Programm verwendet, wobei ich auf das knapp vor seiner Veröffentlichung stehende, wesentlich mächtigere Programm „Present“ von Josef Böhm hier nur verweisen kann),
- auf Aufgaben zur (dynamischen) Darstellung von *Funktionen* im 3D-Modul und vice-versa zum „Ablesen“ geeigneter Funktionsgleichung aus dem Wire-Frame, zu Sichtbarkeitsfragen (hidden surface) und gerätebedingten systematischen Darstellungsfehlern (z.B. bei vertikalen Flächen),
- auf die (dynamische) Erzeugung von *Kurven* sowohl mittels CABRI als auch mittels des Parametermoduls (hier am Beispiel der Katakaustik als Einhüllende einer an einem Kreis reflektierten Schar paralleler Geraden, wobei ich mich teilweise auf den Artikel „Mathematik in der Kaffeetasse“ von Benno Grabinger in der Ausgabe 2/99 der TI-Nachrichten beziehe),
- auf die (dynamisch-kinematische) Erzeugung einer *Ortskurve* (hier einer vierblättrigen Rosenkurve) erstens mittels einer der Parameterdarstellung folgenden Konstruktion mit CABRI, zweitens als Fußpunktskurve mittels GeometersSketchPad (was aus Zeitgründen beim Vortrag nicht vorgeführt werden konnte), drittens als Funktionsgraph aus ihrer polaren bzw. impliziten Darstellung (wobei ich mich teilweise auf den Artikel „Rhodoneas“ von Thomas Weth in der Ausgabe Sept. 2000 der Derive-Newsletters beziehe),
- auf Aufgaben zum geometrischen Entdecken („Hat jeder Punkt P im Inneren eines gleichseitigen Dreiecks ABC gleiche Abstandssumme von den Dreiecksseiten?“) mittels CABRI und anschließendem geometrischen Beweisen (durch Paradigmenwechsel zur Flächeninhaltssumme der Dreiecke ABP, ACP und BCP wird die Höhe als diese konstante Abstandssumme erkannt), wobei die Verallgemeinerung auf regelmäßige n-Ecke nahe liegend (und für den Schüler selbstständig bearbeitbar) ist,
- letztlich auf Aufgaben zu Transformationen, hier aufgehängt am Beispiel der (von Schülern als spaßig empfundenen) Anwendung der Inversion zum Zeichnen von „Smilies“ mittels CABRI als Überleitung zu nichtlinearen Abbildungen.

Sie können sich diesen „bunten Strauß“ als weitgehend selbstablaufende „Präsentation“ – wenn auch ohne die beim Vortrag gegebenen Kommentare – ansehen, wenn Sie wie folgt vorgehen: Übertragen Sie die Dateien der Gruppe Strobl1.9Xg mittels eines Graph-Link-Kabels auf einen TI-92Plus. Dabei werden die Funktionsgleichungen automatisch im Verzeichnis „main“ (um Überschreibungen zu verhindern, ganz hinten) eingetragen, alle anderen Dateien in einem automatisch erzeugten Verzeichnis namens „Strobl1“ abgelegt. Nach Öffnen des Skripts „Vortrag1“ im Texteditor kann dort durch Drücken der Taste F4 das Skript Schritt für Schritt abgearbeitet werden (übrigens ein nicht zu unterschätzender Pluspunkt für den TI-92 im Hinblick auf die Individualisierung des Unterrichts). Kommentare, also diejenigen Zeilen, vor denen kein C steht, dienen nur zu kurzen Informationen bzw. als Aufforderung, die angegebene Applikation (z.B. CABRI) zu starten und die angegebene Datei zu öffnen. Viel Spaß dabei!